

Krzywe Rotacji Galaktyk

Urszula Nędzińska*

26 stycznia 2010

Streszczenie

Krzywymi rotacji galaktyk zwane są wykresy funkcji $v_c(R)$ - prędkości liniowej materii na galaktycznych orbitach w funkcji odległości od centrum galaktyki, gdzie zakłada się ruch materii w galaktyce po orbitach kołowych. Stanowią one ważne narzędzie do badania rozkładu materii w Galaktyce Drogi Mlecznej, jak również w innych obserwowanych galaktykach. Krzywe rotacji galaktyki (KRG) wykreśla się na podstawie prostych rozważań geometrycznych. Rozważaniom tym zostały poświęcone rozdziały 3.2 i 4, gdzie osobno omówiono metody wykreślania KRG dla naszej Galaktyki i dla pozostałych obserwowanych galaktyk. KRG nabierają fizycznego znaczenia w oparciu o teorię potencjałów grawitacyjnych pochodzących od różnych rozkładów masy, wprowadzenie do tego tematu jest treścią rozdziału 2. W praktyce wykreślanie KRG wymaga obserwacji prowadzonych, w płaszczyźnie dysku co stanowi poważne wyzwanie ze względu na ekstynkcję światła gwiazd. Informacje na temat praktycznych zagadnień związanych z wykreślaniem KRG odnaleźć można w 3.1. Rozdział 3.3 został oparty na jednym z najnowszych artykułów w dziedzinie KRG i stanowi przykład badań prowadzonych dzisiaj, jednocześnie rozdział ten jest dobrym podsumowaniem i powtórką części teoretycznej.

*E-mail: urszula.nedzinska@gmail.com

Spis treści

1	Wstęp	3
2	Teoria potencjałów a krzywe rotacji galaktyk.	3
2.1	Potencjał masy punktowej i jednorodnej sfery.	3
2.2	Potencjały wykładnicze.	4
2.3	Potencjały układów spłaszczonych.	5
2.4	Potencjał dysku - dysk eksponencjalny.	6
3	Krzywa rotacji Galaktyki Drogi Mlecznej.	9
3.1	Obserwacje prowadzące do uzyskania krzywej rotacji Galaktyki.	9
3.2	Ogólny wzór na rotację Galaktyki, metody wyznaczania KRG na różnych przedziałach R.	11
3.3	KRG Drogi Mlecznej jako superpozycja KRG grubego dysku, cienkiego dysku i halo.	13
4	Krzywe rotacji obserwowanych galaktyk.	18
4.1	Sposoby wykreślenia KRT dla obserwowanych galaktyk.	18
5	Podsumowanie.	19
	Literatura	22

1 Wstęp

Krzywe rotacji galaktyk to wykresy, przedstawiające prędkość v_c w ruchu po okręgu masy testowej umieszczonej w punkcie galaktyki, w funkcji odległości od centrum galaktyki R . Wówczas prędkość v_c powiązana jest z siłą dośrodkową wzorem :

$$F = mv^2/R \Rightarrow v^2 = \frac{1}{m}F \cdot R. \quad (1)$$

Dlatego aby postulować kształty krzywych rotacji galaktyk, lub też aby wyciągać istotne wnioski z danych obserwacyjnych trzeba zbadać siły działające na poszczególne gwiazdy w galaktyce i na materię. Jak wiadomo, pole grawitacyjne pochodzące od ogromnej ilości skupionych w obszarze galaktyki gwiazd dogodnie jest opisać wyidealizowanym, gładkim potencjałem Φ , który spełnia równanie Poissona :

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho, \quad (2)$$

gdzie ρ to gęstość a G to stała grawitacyjna. Znając potencjał można wyliczyć siłę:

$$F = -m\nabla\Phi. \quad (3)$$

A zatem, gdy rozkład masy i potencjał mają symetrię sferyczną, otrzymujemy, że:

$$v_c^2 = \left| \frac{-R}{m} \frac{d\Phi}{dR} \right| \Rightarrow v_c^2 = \left| -R \frac{d\Phi}{dR} \right| \quad (4)$$

Mówimy tu o masach testowych i zazwyczaj wstawiamy $m = 1$.

2 Teoria potencjałów a krzywe rotacji galaktyk.

2.1 Potencjał masy punktowej i jednorodnej sfery.

Potencjał pochodzący od masy punktowej ma postać

$$\Phi = -GM/R \quad (5)$$

a zatem:

$$v_c = \sqrt{GM/R} \quad (6)$$

Z twierdzenia Newtona wiemy, że masa testowa umieszczona wewnątrz sferycznie symetrycznego rozkładu masy, nie czuje przyczynku do siły od warstw względem niej zewnętrznych, zaś oddziaływający na nią potencjał to potencjał od całkowitej masy względem niej wewnętrznej, umieszczonej w centrum sfery.

A zatem, podstawiając do powyższego wzoru na v_c , masę: $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$ otrzymujemy $v_c = \sqrt{\frac{4\pi G \rho}{3}} R$. Niech naszą najprymitywniejszą próbą uzyskania KRG będzie właśnie model jednorodnej sfery patrz rys. (2).

2.2 Potencjały wykładnicze.

Z obserwacji w dziedzinie optycznej wynika, że rozkłady jasności wielu galaktyk można opisać rozkładami potęgowymi, co oznacza, że natężenie promieniowania galaktyki spada wraz z pewną potęgą promienia. Ponieważ można założyć, że gęstość rozkładu masy takiej galaktyki jest proporcjonalna do gęstości rozkładu promieniowania, warto rozważyć potencjały generowane przez rozkłady masy o postaci:

$$\rho(r) = \rho_0 \left(\frac{r}{r_0}\right)^\alpha \quad (7)$$

jedynie dla $\alpha < 3$ całka wyrażająca całkowitą masę takiego układu jest zbieżna:

$$M(r) = \int_0^r \rho dV = \frac{4\pi \rho_0 r_0^\alpha}{3 - \alpha} r^{(3-\alpha)}. \quad (8)$$

Z ogólnego dla rozkładów sferycznych równania $v_c = \sqrt{GM/R}$, prędkość w ruchu po okręgu dla cząstki umieszczonej w potencjale rozkładu (7) mamy daną przez równanie:

$$v_c^2 = \frac{4\pi G \rho_0 r_0^\alpha}{3 - \alpha} r^{(2-\alpha)}. \quad (9)$$

Z trzeciego rozdziału niniejszego opracowania można dowiedzieć się, że dla KRG galaktyk spiralnych, wyznaczonych z obserwacji dla większych R prędkość v_c utrzymuje się na stałym poziomie i podlega jedynie niewielkim fluktuacjom, a zatem dla dużych wartości promienia $\alpha \approx 2$, taki rozkład masy zwany jest izotermiczną sferą i ma on zastosowanie do modelowania galaktycznego halo (ciemnej materii), będzie jeszcze o nim mowa w kolejnym paragrafie. Z drugiej strony, bezpośrednio z obserwacji wynika, że dla wielu galaktyk eliptycznych rozkład natężenia promieniowania zachowuje się zgodnie z prawem Hubble'a-Reynoldsa: $I_H = \frac{I_0 R_H^2}{(R+R_H)^2}$ znalezienie gęstości promieniowania opowiadającej dokładnie temu profilowi stanowi żmudne zadanie, a więc przyjęto następującą jej postać 10

$$j_h(r) = j_0 \left[1 + \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right]^{-\frac{3}{2}}, \quad (10)$$

gdzie $r^2 = R^2 + z^2$, j_0 to gęstość w centrum, a to stała wyrażająca rozmiar galaktyki.

Możemy sprawdzić, przez scałkowanie, że j_h generuje tzw. zmodyfikowany profil Hubble' a :

$$I_h(R) = 2 \int_0^\infty j(r) dz = \frac{2j_0 a}{1 + (R/a)^2}, \quad (11)$$

który równie dobrze opisuje gęstość promieniowania galaktyki eliptycznej.

A zatem, jeśli wykozystamy założenie, że: $\rho \sim j_h$, to w przypadku galaktyk eliptycznych otrzymamy $\alpha \approx 3$, co wynika z równań (7) i (10).

2.3 Potencjały układów spłaszczonych.

Istnieje ogólna teoria potencjałów pochodzących od elipsoidalnych rozkładów masy, prowadzi ona jednak do bardzo żmudnych rachunków wykorzystuje funkcje specjalne oraz całki eliptyczne. Wykład na ten temat można znaleźć w [1] W tym opracowaniu ograniczę się do prostego modelu zwanego od nazwisk autorów "potencjałem Kuzmin'a-Plummer'a", dokładniejsze wyprowadzenia dostępne są w tym samym źródle.

Rozważmy sferycznie symetryczny potencjał:

$$\Phi_P = -\frac{GM}{\sqrt{r^2 + b^2}}, \quad (12)$$

w myśl twierdzenia Poissona jest on generowany przez rozkład masy:

$$\rho = \frac{1}{4\pi G} \nabla^2 \Phi_P = \left(\frac{3M}{4\pi b^3} \right) \left(1 + \frac{r^2}{b^2} \right)^{-\frac{5}{2}}. \quad (13)$$

Weźmy teraz potencjał o postaci:

$$\Phi_K(R, z) = -\frac{GM}{\sqrt{R^2 + (a + |z|)^2}}, \quad (14)$$

ten potencjał generowany jest przez infinitezymalnie płaski (tj. powierzchniowy) rozkład masy o postaci:

$$\Sigma_K(R) = \frac{aM}{2\pi(R^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (15)$$

Interesujący nas potencjał od rozkładu nieco spłaszczonego, będzie pewnym złożeniem tych dwóch potencjałów:

$$\Phi_M(R, z) = -\frac{GM}{\sqrt{R^2 + (a + \sqrt{z^2 + b^2})^2}}, \quad (16)$$

zaś generujący go rozkład masy, z równania Poissona ma postać :

$$\rho_M(R, z) = \left(\frac{b^2 M}{4\pi} \right) \frac{aR^2 + (a + 3\sqrt{z^2 + b^2})(a + \sqrt{z^2 + b^2})^2}{[R^2 + (a + \sqrt{z^2 + b^2})^2]^{\frac{5}{2}} (z^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (17)$$

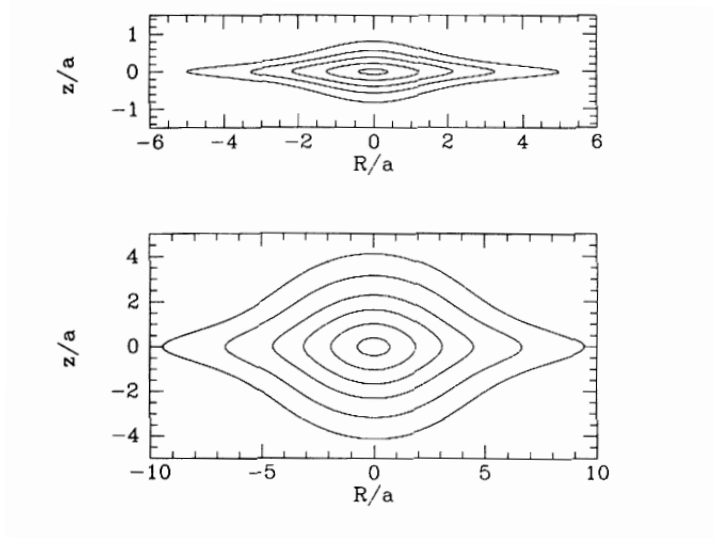
Na rysunku (1) przedstawione są kontury stałej gęstości w tym modelu.

2.4 Potencjał dysku - dysk eksponencjalny.

W tym paragrafie otrzymamy potencjał pochodzący od infinitezymalnie cienkiego dysku za pomocą funkcji Bessela. Szukamy potencjału poza dyskiem, w obszarze gdzie, $\rho = 0$, ponadto zakładamy, że ma on symetrię cylindryczną, a zatem aby otrzymać interesujący nas potencjał oraz rozkład masy generujący go, rozwiążemy równanie Laplace'a we współrzędnych cylindrycznych:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \Phi}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0. \quad (18)$$

Podstawiając do niego rozwiązanie o postaci



Rysunek 1: Linie stałej gęstości w rozkładzie Kuzmin'a-Plummer'a. Rysunek pochodzi z [1].

$$\Phi(R, z) = J(R)Z(z), \quad (19)$$

otrzymamy równanie o rozseparowanych zmiennych, które rozwiążemy standardową metodą:

$$\frac{d^2 Z}{dz^2} - k^2 Z = 0. \quad (20)$$

Rozwiązanie równania (20) ma postać $Z(z) = \text{Sexp}(\pm kz)$.

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dR} \left(R \frac{dJ}{dR} \right) + k^2 J(R) = 0 \quad (21)$$

W równaniu (21) podstawiamy $u = kR$:

$$u \frac{d}{du} \left(u \frac{dJ}{du} \right) + u^2 J = 0, \quad (22)$$

i zauważamy, że spośród możliwych rozwiązań interesuje nas to, spełniające odpowiedni warunek brzegowy - jest skończone na $u = 0$. Taką funkcję nazywamy cylindryczną funkcją Bessel'a zerowego rzędu i oznaczamy przez J_0 . A zatem nasze rozwiązanie równania Laplace'a przybiera postać:

$$\Phi_{\pm}(R, z) = \exp(\pm kz)J_0(kR). \quad (23)$$

Aby spełnione były warunki brzegowe właściwe dla potencjału tj. znikanie potencjału w nieskończoności, wybieramy rozwiązanie Φ_- dla $z > 0$ i Φ_+ dla $z < 0$. Rozwiązanie to nie spełnia równania Laplace'a na płaszczyźnie $z = 0$, wykorzystując twierdzenie Gaussa można znaleźć powierzchniowy rozkład gęstości powodujący tę nieciągłość:

$$\Sigma_k(R) = -\frac{k}{2\pi G}J_0(kR). \quad (24)$$

Teraz, dzięki ostatnim dwóm równaniom możemy otrzymać potencjał pochodzący od dysku od jakiegokolwiek gęstości powierzchniowej Σ . Jeśli znajdziemy funkcję $S(k)$ spełniającą:

$$\Sigma(R) = \int_0^{\infty} S(k)\Sigma_k(R)dk = -\frac{1}{2\pi G} \int_0^{\infty} S_k J_0(kR)kdk, \quad (25)$$

otrzymamy również, że:

$$\Phi(R, z) = \int_0^{\infty} S(k)\Phi_k(R, z)dk = \int_0^{\infty} S(k)J_0(kR)e^{-k|z|}dk. \quad (26)$$

Oznacza to, że $S(k)$ jest transformacją Henkel'a gęstości Σ . Transformacja Henkel'a posiada transformację odwrotną:

$$S(k) = -2\pi G \int_0^{\infty} J_0(kR)\Sigma(R)RdR, \quad (27)$$

co pozwala wyeliminować $S(k)$ z równania na potencjał :

$$\Phi(R, z) = -2\pi G \int_0^{\infty} dke^{-k|z|}J_0(kR) \int_0^{\infty} \Sigma(R')J_0(kR')R'dR'. \quad (28)$$

Interesującą nas wielkością jest prędkość liniowa prędkość na orbicie kołowej. Z ogólnego równania (4) otrzymujemy:

$$v_c^2 = R\left(\frac{\partial\Phi}{\partial R}\right)_{z=0} = -R \int_0^{\infty} S(k)J_1(kR)kdk. \quad (29)$$

W rozdziale (3.3) tego eseju, pokazane zostało jak nasze teoretyczne rozważania na temat różnorodnych potencjałów znajdują zastosowanie w profesjonalnych badaniach. Autorzy artykułu [5] na temat KRG Drogi Mlecznej

dopasowali szereg modeli do KRG naszej Galaktyki, w tym izotermiczne halo oraz dysk o eksponencjalnym rozkładzie masy, dlatego teraz jako przykład zastosowania wzorów (28) i (29) prześledzimy właśnie eksponencjalny dysk. Do równania (27) podstawimy powierzchniowy rozkład o postaci $\Sigma(R) = \Sigma_0 e^{-\frac{R}{R_d}}$ otrzymujemy funkcję $S(k)$:

$$S(k) = -\frac{2\pi G \Sigma_0 R_d^2}{[1 + (kR_d)^2]^{\frac{3}{2}}}, \quad (30)$$

oraz potencjał dysku eksponencjalnego:

$$\Phi(R, z) = -2\pi G \Sigma_0 R_d^2 \int_0^\infty \frac{J_0(kR) e^{-k|z|}}{[1 + (kR_d)^2]^{\frac{3}{2}}} dk. \quad (31)$$

Dla $z=0$ otrzymujemy (32).

$$\Phi(R, 0) = -\pi G \Sigma_0 R [I_0(y)K_1(y) - I_1(y)K_0(y)], \text{ gdzie } : y = \frac{R}{2R_d}, \quad (32)$$

gdzie I_i oraz K_i są zmodyfikowanymi funkcjami Bessel'a pierwszego i drugiego rodzaju a $y = \frac{R}{2R_d}$.

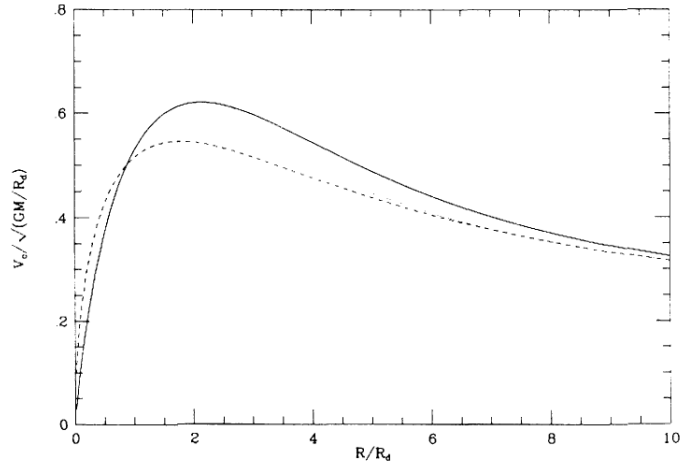
$$v_c^2(R) = R \frac{\partial \Phi}{\partial R} = 4\pi G \Sigma_0 R_d y^2 [I_0(y)K_0(y) - I_0(y)K_0(y)]. \quad (33)$$

Równanie (33) wyraża poszukiwaną przez nas prędkość liniowa na orbicie kołowej. Wykres tej funkcji widnieje na rysunku 2, dla porównania przerywaną linią zaznaczono KRG o rozkładzie jednorodnej sfery o tej samej masie co dysk.

3 Krzywa rotacji Galaktyki Drogi Mlecznej.

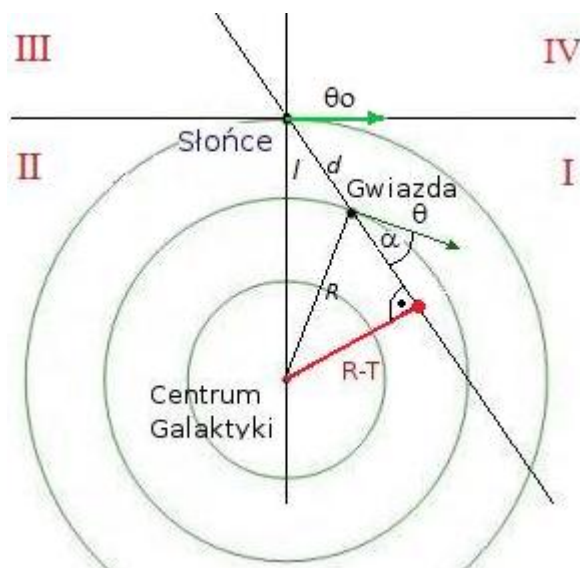
3.1 Obserwacje prowadzące do uzyskania krzywej rotacji Galaktyki.

Z dwóch przyczyn obserwacje gwiazd w zakresie optycznym nie są najlepszym narzędziem do pomiaru odległości oraz prędkości radialnych potrzebnych do wyznaczenia KRG. Po pierwsze światło gwiazd podlega silnej ekstynkcji wewnątrz Galaktyki, po drugie należy pamiętać, że z teoretycznego



Rysunek 2: KRG dysku - linia ciągła oraz jednorodnej sfery - linia przerywana. Rysunek pochodzi z [1].

punktu widzenia KRG wykreślamy przy założeniu, że materia obiega centrum Galaktyki po orbicie kołowej. Choć rozważamy ruch gwiazd w Galaktyce jako ruch w wyidealizowanym, wygładzonym potencjale, jest to jednak tylko pierwsze przybliżenie, jeśli dodać do niego zaburzające człony pochodzące od najbliższych "nierównomierności" w rozkładzie masy w Galaktyce okazuje się że początkowo "kołowe" orbity gwiazd często przybierają kształty eliptyczne i "pofalowane", w praktyce oznacza to, że w zadanej objętości masy galaktyki napotkać można gwiazdy o znacząco różnych właściwościach kinetycznych, wówczas dane do KRG można uzyskać jedynie uśredniając prędkości wewnątrz takich testowych objętości Galaktyki. Trudno jest jednak udowodnić, że średnia z kilku lub kilkunastu prędkości v_c gwiazd położonych na różnych, zaburzonych orbitach, da akurat w wyniku prędkości v_c , reprezentacyjne dla danego R . Pomimo to, przy pewnych założeniach do wyznaczania "odcinków" KGR wykorzystywane były z pewnym powodzeniem obserwacje gwiazd, o czym będzie mowa w kolejnych częściach. Dogodnym, w zasadzie wolnym od powyższych efektów, narzędziem do wyznaczania prędkości kołowych materii w galaktyce jest udostępniona dzięki rozwojowi radioastronomii linia neutralnego wodoru na 21 cm. Ze względu na znaczną długość fali, materia wewnątrz Galaktyki jest dla niej praktycznie przezroczysta, dodatkowo pochodzi ona nie od pojedynczych gwiazd lecz od ogromnych obłoków neutralnego wodoru - ich znaczny przekrój czynny na zderzenia



Rysunek 3: Ruch gwiazd po orbitach kołowych w Galaktyce.

powoduje, że obłoki wodoru rotują wokół galaktyki -zgodnie z założeniem- na orbitach niemal dokładnie kołowych.

3.2 Ogólny wzór na rotację Galaktyki, metody wyznaczania KRG na różnych przedziałach R .

Podobnie jak inne galaktyki spiralne, również Galaktyka Drogi Mlecznej rotuje w sposób różnicowy, oznacza to nie tylko, że na różnych odległościach od centrum Galaktyki materia posiada różne prędkości v_c , ale także, że w kolejnych przedziałach R przebieg krzywej $v_c(R)$ podlega różnym prawom. Na przykład dla najbardziej wewnętrznych części dysku ($R < 3kpc$) KRG przypomina krzywą rotacji ciała sztywnego, z prędkością v_c wzrastającą wraz z promieniem, w rejonie "grubego dysku" mamy do czynienia z rotacją w przybliżeniu keplerowską- v_c maleje wraz z promieniem, aż do osiągnięcia pewnej stałej wartości, w najdalej zbadanych rejonach KRG nadal nie widać śladu ponownego "opadania" wykresu, zaś $v_c(R)$ utrzymuje się na średnim stałym poziomie, nie licząc drobnych fluktuacji (patrz rys.(4)).

Aby zrozumieć opis ruchu materii po orbitach kołowych w galaktyce, z punktu widzenia Słońca najwygodniej posłużyć się rysunkiem 3.

Z rysunku łatwo odczytać, że prędkości radialna i tangencjonalna gwiazdy,

widziane przez ziemskiego obserwatora wyrażają się następującymi wzorami:

$$v_r = \Theta \cos \alpha - \Theta_0 \sin l, \quad (34)$$

$$v_t = \Theta \sin \alpha - \Theta_0 \cos l. \quad (35)$$

Posługując się wzorami sinusów i kosinusów:

$$\frac{\sin l}{R} = \frac{\sin(90 + \alpha)}{R_0} = \frac{\cos(\alpha)}{R_0}, \quad (36)$$

$$R \sin(\alpha) = R_0 \cos(l) - d, \quad (37)$$

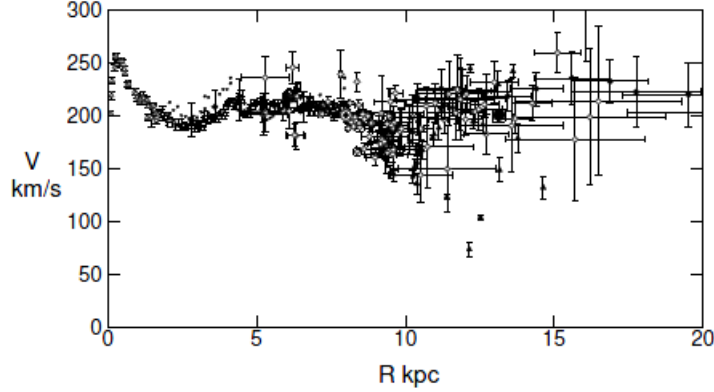
można przedstawić powyższe w bardziej pouczającej postaci:

$$v_r = \left(\frac{\Theta R_0}{R}\right) \sin l - \Theta_0 \sin l = (\omega - \omega_0) R_0 \sin l, \quad (38)$$

$$v_t = \left(\frac{\Theta}{R}\right)(R_0 \cos l - d) - \Theta_0 \cos l = (\omega - \omega_0) R_0 \cos l - \omega d, \quad (39)$$

gdzie ω_0 to prędkość kątowna Słońca w ruchu po okręgu wokół centrum Galaktyki a ω to prędkość kątowna gwiazdy, Θ_0 i Θ to odpowiednio prędkości liniowe Słońca i gwiazdy.

Ten sam rysunek(rys.3), (zaznaczone na czerwono elementy) pokazuje ideę wyznaczania v_c , w oparciu o bezpośrednio obserwowalne wartości v_r . Siłą tej metody jest fakt, że dla l zawartego w kwadrancie pierwszym i drugim (patrz rys.) do wyznaczenia v_c nie potrzebujemy już dodatkowej informacji o odległości gwiazdy (a raczej obłoku HI). Trzeba jedynie założyć, że $\omega(R)$ jest funkcją monotonicznie malejącą w przedziale $R < R_0$ (rysunek 4 dowodzi słuszności tego założenia). Następnie wybierzmy pewne, ustalone l wewnątrz kwadrantu I i powiedzmy, że zwracamy w tę stronę radioteleskop. Dociera do nas promieniowanie od obłoków o różnych odległościach d od Słońca i R od centrum Galaktyki. W myśl naszego założenia o malejącej wraz z promieniem prędkości kątowej widzimy materię “uciekającą od nas”, co więcej materia krążąca po orbitach bliższych centrum Galaktyki ucieka od nas szybciej niż materia na orbitach o nieco większym R . Na prostej wyznaczonej przez wybór l znajduje się charakterystyczny punkt - zaznaczony na rys kolorem czerwonym - jest to tak zwany punkt tangencjonalny. Jego znaczenie jest następujące: materia krążąca po orbicie przecinającej ten punkt (który,



Rysunek 4: KRG Drogi Mlecznej ze zunifikowanych danych. Rysunek pochodzi z [5].

oczywiście, jest przypisany danemu ustalonemu l) ucieka od nas najszybciej – zarówno materia oddalona o $d < d_t$ jak i $d > d_t$ od Słońca ucieka od nas wolniej. Jednocześnie, dla tego punktu zachodzi:

$$R = R - T = R_0 \sin l, \quad (40)$$

$$v_c = v_r. \quad (41)$$

A zatem wybierając różne l z zakresu kwadrantu I otrzymujemy różne punkty tangencjonalne, a dla nich z powyższych wzorów jednoznacznie wyznaczamy v_c i R .

Dyskusja dla kwadrantu II jest identyczna, z tym że mamy do czynienia z materia przybliżającą się do nas najpierw coraz szybciej, a poza punktem tangencjonalnym coraz wolniej. Niestety, w pozostałych dwóch kwadrantach metoda ta, z przyczyn geometrycznych, nie ma zastosowania i potrzebne są dodatkowe dane co do odległości obserwowanych gwiazd i obłoków III.

3.3 KRG Drogi Mlecznej jako superpozycja KRG grubego dysku, cienkiego dysku i halo.

Niniejszy rozdział jest streszczeniem artykułu [5]. Autorzy wykreślili KRG dla naszej Galaktyki wykorzystując wszystkie dotychczasowe dane uzyskany z różnych obserwacji na przestrzeni wielu lat. Jak wiadomo z poprzednich

części tego opracowania do wyliczenia v_c z obserwacji konieczne jest ustalenie dwóch parametrów - odległości Słońca od centrum Galaktyki oraz prędkości Słońca (R_0, v_0). Autorzy zunifikowali wszystkie dostępne dane, powtarzając rachunki dla stałych: $R_0 = 8.0kpc$ oraz $v_0 = 200km/s$. W wyniku otrzymali KRG widoczny na rys. 4. Chcąc wyznaczyć rozkład masy oraz kształt Galaktyki autorzy dokonali analizy swego wykresu. Dopasowanie trzech głównych, “standardowych” modeli - tj. modelu centralnego zgrubienia de Vaucouleurs (ang. central bulge), modelu eksponencjalnego dysku oraz semi-izotermalnego halo pozwoliło z grubsza oszacować całkowite masy i promienie niektórych elementów - patrz rys. 8.

$$\rho(r) = \frac{1}{\pi} \int_r^\infty \frac{d\Sigma_b(x)}{dx} \frac{1}{\sqrt{x^2 - r^2}} dx, \quad (42)$$

gdzie:

$$\Sigma_b(r) = \Sigma_{be} \exp \left[-\kappa \left(\left(\frac{r}{R_b} \right)^{\frac{1}{4}} - 1 \right) \right] \quad \text{gdzie : } \Sigma_{be} = 2142.0 \quad \kappa = 7.6695. \quad (43)$$

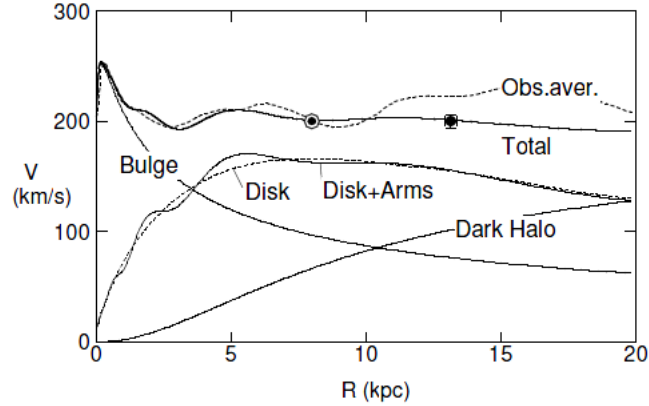
Równanie (42) to postulowany rozkład gęstości w centralnym zgrubieniu wraz z dopasowany mymi parametrami. Galaktyczny dysk był modelowany rozkładem masy o postaci:

$$\Sigma_d(r) = \Sigma_{dc} \exp(-r/R_d) + \Delta, \quad (44)$$

gdzie Δ stanowi zaburzające poprawki, o których za chwilę. Zastosowano też model semi-izotermicznego halo, o którym można więcej przeczytać w [2]:

$$\rho_h(r) = \rho_{hc} \left[1 + \left(\frac{r}{R_h} \right)^2 \right]^{-1}. \quad (45)$$

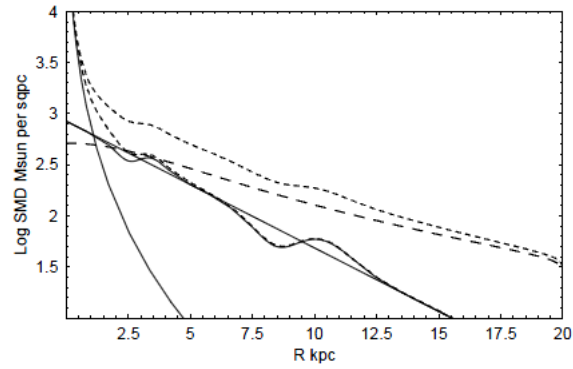
Okazało się że pewne charakterystyczne cechy obserwowanego KRG nie poddają się próbom flitowania jedynie trzech głównych modeli. Chodzi mianowicie o “zagłębienia” KRG na około $r = 3kpc$ oraz $r = 9kpc$. W swym artykule, autorzy rozważają możliwe powody istnienia tych zagłębień. Należą do nich - spiralne ramiona Galaktyki, poprzeczka oraz pierścienie. Wszystkie trzy elementy zostały uwzględnione jako perturbacje dysku - Δ . Spiralne ramiona niewątpliwie istnieją w naszej Galaktyce jednak chociaż ich uwzględnienie prowadzi do pewnego “pofalowania” KRG, powstała krzywa nie pokrywa się z obserwacjami - patrz rys.5.



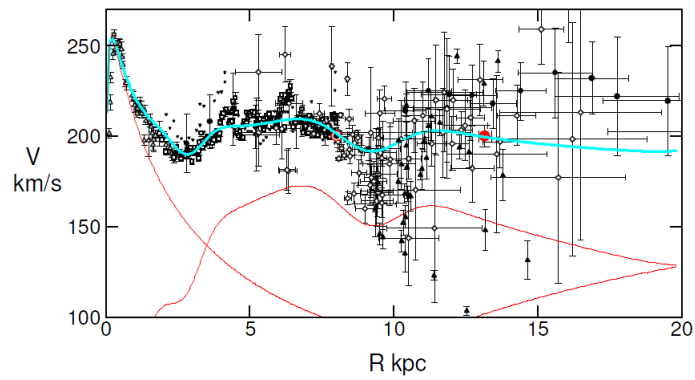
Rysunek 5: Próba modelowania KRG Drogi Mlecznej przez centralne zgrubienie, dysk z ramionami spiralnymi i halo. Rysunek pochodzi z [5].

Autorzy ostatecznie przychylają się do opinii że wewnętrzna dolinka KRG na $r = 3\text{kpc}$ związana jest z istnieniem poprzeczki (choć zaznaczają, że fitowanie poprzeczki nie doprowadziło do uzyskania satysfakcjonującej “amplitudy dolinki”). Za najbardziej zaskakującą cechę KRG Galaktyki uznawana jest “dolinka” na $r = 9\text{ kpc}$, autorzy artykułu [5] postulują istnienie tzw. “wielkiego pierścienia” czyli lokalnego zagęszczenia materii na około $r = 11\text{kpc}$, patrz rys. 6.

Na rysunku 7 widoczny jest efekt fitowania obserwowanego KRG, przez główne elementy oraz dwa pierścienie (wewnętrzny pierścień zamiast poprzeczki) choć efekty wydaje się być bardzo zadowalający, autorzy rezygnują z koncepcji wewnętrznego pierścienia, być może dlatego że poprzeczki obserwuje się nągminnie w innych galaktykach, pierścienie zaś rzadko. W oryginalnym artykule wspomniana została też teoria, iż za dolinkę odpowiada charakterystyczny sposób połączenia KRG dysku i halo (gdzie nie potrzebne jest istnienie dodatkowych lokalnych struktur w dysku). Argumentem przeciw tej ostatniej hipotezie jest postulowany ciągły rozkład masy.



Rysunek 6: Gęstość elementów modelu: górna przerywana linia - suma wszystkich składników, linia przerywana o długich kreskach - halo, linia prosta dysk, linia pofalowana - dysk + dwa pierścienie, linia znikająca przy $R=5$ - centralne zgrubienie. Rysunek pochodzi z [5].



Rysunek 7: Próba modelowania KRG Drogi Mlecznej przez centralne zgrubienie, halo oraz dysk z dwoma pierścieniami. Rysunek pochodzi z [5].

Table 3. Parameters for Galactic mass components

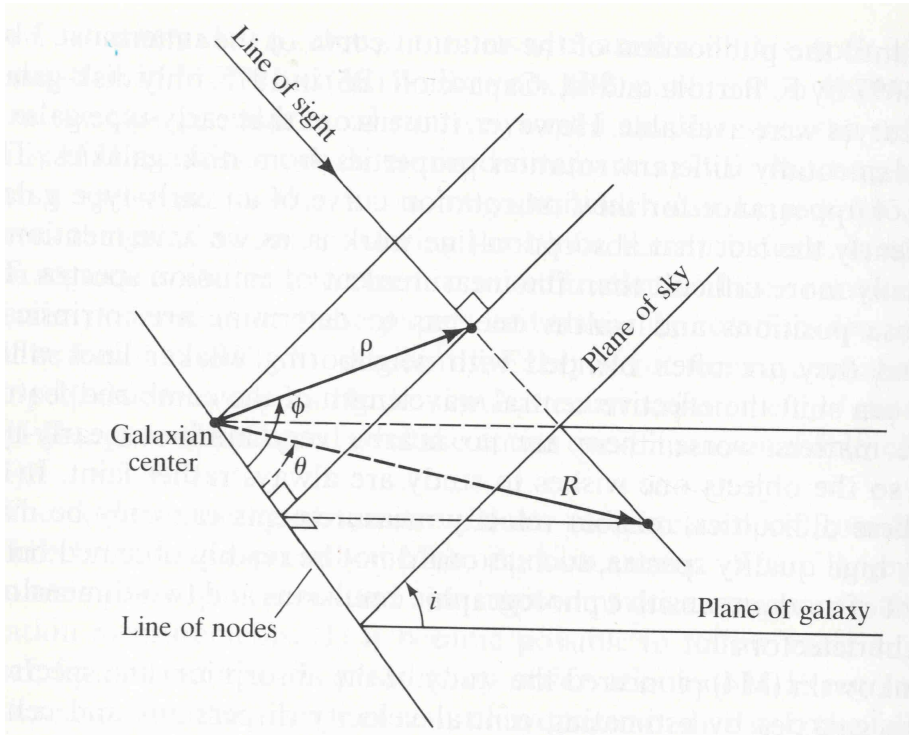
Component	Parameter	Value	Uncertainty*
Bulge	Mass	$M_b = 1.80 \times 10^{10} M_\odot$	$\sim 5 \%$
	Half-mass scale radius	$R_b = 0.5 \text{ kpc}$	
	SMD at R_b	$\Sigma_{bc} = 3.2 \times 10^3 M_\odot \text{pc}^{-2}$	
	Center SMD	$\Sigma_{bc} = 6.8 \times 10^3 M_\odot \text{pc}^{-2}$	
	Center volume density	$\rho_{bc} = \infty$	—
Disk	Mass	$M_d = 6.5 \times 10^{10}$	$\sim 5 \%$
	Scale radius	$R_d = 3.5 \text{ kpc}$	
	Center SMD	$\Sigma_{dc} = 8.44 \times 10^2 M_\odot \text{pc}^{-2}$	
	Center volume density	$\rho_{dc} = 8 M_\odot \text{pc}^{-3}$	
Rings	Mass	$M_r \sim 0$	
	Peak Σ_r	$0.17 \text{ and } 0.34 \times \Sigma_d$	$\sim 20 \%$
	Radii of wave nodes	$R_r = 3 \text{ and } 9.5 \text{ kpc}$	~ 3
	Widths	$w_r = 1 \text{ and } 2 \text{ kpc}$	~ 10
Bar for 3 kpc dip	Amplitude δ_{bar}	$> 0.8 \times \Sigma_d$	—
	Assumed bar half length [†]	1.7 kpc	—
	Assumed tilt angle [‡]	13°	—
Bulge, disk, rings	Total mass	$M_{bdr} = 8.3 \times 10^{10} M_\odot$	$\sim 5 \%$
Dark halo (Spherical, isothermal)	Mass in $r = 10 \text{ kpc}$ sphere	$M_h(10 \text{ kpc}) = 4.2 \times 10^{10} M_\odot$	$\sim 10 \%$
	Mass in $r = 20 \text{ kpc}$ sphere [‡]	$M_h(20 \text{ kpc}) = 1.24 \times 10^{11} M_\odot$	
	Core radius	$R_h = 5.5 \text{ kpc}$	
	Central SMD in $ z < 10 \text{ kpc}$	$\Sigma_{hc} = 352 M_\odot \text{pc}^{-2}$	
	Central volume density	$\rho_{hc} = 0.03 M_\odot \text{pc}^{-3}$	
	Circular velocity at infinity	$V_\infty = 200 \text{ km s}^{-1}$	(fixed)
Total Galactic mass	Mass in $r = 20 \text{ kpc}$ sphere	$M_{\text{total}}(20 \text{ kpc}) = 2.04 \times 10^{11} M_\odot$	$\sim 10 \%$

* Eye estimates after trial-and-error fitting of calculated rotation curve to the observations.

† Freudenreich (1998)

‡ Mass within 20 kpc is weakly dependent on the dark halo models, e.g., about the same for the NFW and Burkert models.

Rysunek 8: Zestawienie parametrów Galaktyki otrzymanych z KRG. Tabela pochodzi z [5]



Rysunek 9: Układ odniesienia obserwowanej galaktyki zrzutowany na płaszczyznę nieba. Rysunek pochodzi z [3].

4 Krzywe rotacji obserwowanych galaktyk.

4.1 Sposoby wykreślania KRT dla obserwowanych galaktyk.

Dzisiaj do badań KRG można wykorzystywać dane zarówno z zakresu optycznego- linii absorpcyjne gwiazd, emisyjne obszarów HII jak i dane radioastronomiczne z $\lambda = 21cm$. Przed powstaniem VLA (Very Large Array) niska zdolność rozdzielcza pojedynczych anten powodowała znaczne zniekształcone mapy prędkości radialnych.

Nie wszystkie galaktyki spiralne da się obserwować. Konieczne jest by kąt inklinacji płaszczyzny dysku galaktyki do płaszczyzny nieba był w przedziale (0-90). Sytuację ilustruje rys.

Na podstawie geometrycznych rozważań otrzymujemy następujący wzór

na prędkość radialną:

$$v_r(\rho, \phi) = v_0 + \Pi(R, \theta) \sin \theta \sin i + \Theta(R, \theta) \cos \theta \sin i + Z(R, \theta) \cos i, \quad (46)$$

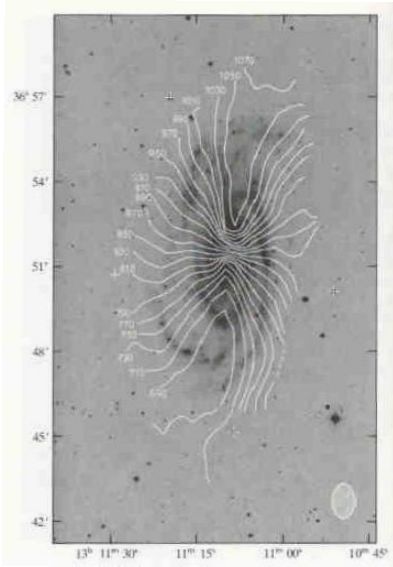
gdzie Π , Θ to prędkości radialna i tangencjonalna obiektu w płaszczyźnie galaktyki a Z to ruch w płaszczyźnie prostopadłej do dysku. Wyznaczenie punktów KRG z danych optycznych przebiega w prosty sposób: Kąt inklinacji otrzymujemy ze wzoru $i = \cos^{-1}(b/a)$, gdzie a i b to półosie obrazu galaktyki na niebie. Ponieważ możemy uznać, że rotacja to dominujący ruch występujący w galaktykach spiralnych zakładamy, że $\Pi = Z = 0$ i przekształcając wzór (46), otrzymujemy:

$$\Theta(R) = \frac{v_r - v_0}{\cos \theta \sin i}. \quad (47)$$

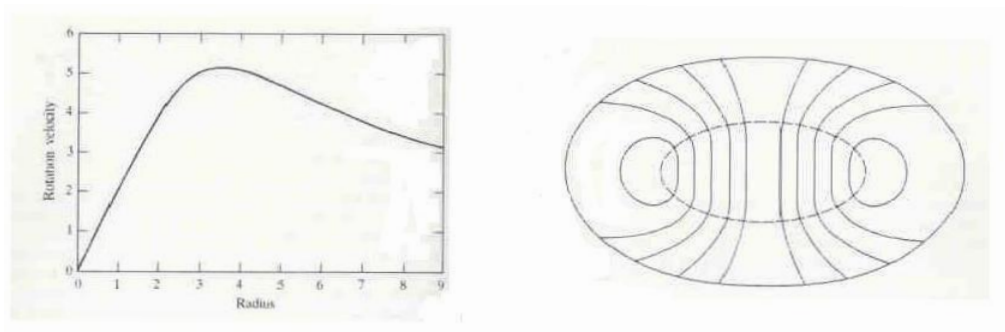
Prowadząc obserwacje w dziedzinie radiowej na $\lambda = 21cm$ można uzyskać mapy v_r dla całych galaktyk. Przykłady takich map widoczne są na Rysunku 10. Rysunek 11 ilustruje zależność pomiędzy obserwowanymi rozkładami prędkości radialnych a całymi KRG galaktyk spiralnych. Na rysunku widzimy, że w rejonie jądra galaktyki linie stałej prędkości radialnej są liniami prostymi, maksimum KRG koresponduje z zamykającymi się liniami stałej prędkości radialnej, a jeśli na mapie v_r nie obserwuje się takich zamkniętych konturów, oznacza to, że KRG nie opada wraz z rosnącym R , jest funkcją monotonicznie rosnącą lub stałą. Oczywiście również dla obserwowanych galaktyk można, i prowadzi się badania w oparciu KRG. Podobnie jak opisano w rozdziale 3.3 modeluje się rozkład materii, kształty i ułożenie galaktyk względem obserwatora, zagadkowym tematem odkrytym dzięki KRG pozostaje tzw. ciemna materia.

5 Podsumowanie.

Powstawanie oraz ewolucja galaktyk to tematy wielu dzisiejszych badań artykułów naukowych. Wśród wielu technik obserwacyjnych, obserwacje radiowe już od lat 30-tych ubiegłego stulecia odgrywają ogromną rolę, ponieważ neutralny wodór posiadający w tej dziedzinie linię emisyjną wypełnia większość galaktyk. To właśnie dzięki temu narzędziu otrzymuje się KRG naszej, oraz innych obserwowanych galaktyk. Dzięki KRG, na drodze prostych i logicznych przekształceń geometrycznych, i bez użycia nadmiaru dodatkowych założeń



Rysunek 10: Mapa galaktyki NGC5033. Białe linie oznaczają poziomicę stałej prędkości radialnej. Rysunek pochodzi z [3]



Rysunek 11: Modelowa KRG i korespondujący do niej rozkład prędkości radialnych w obrazie galaktyki. Rysunek pochodzi z [3].

i przybliżeń, obejrzyć można (przez modelowanie) rozkład materii w danej galaktyce. Co szczególnie ważne, dzięki KRG obserwuje się rozkład wszelkiej materii, a nie tylko tej świecącej. Całkiem niedawno, bo w latach 80 zeszłego stulecia astronomowie zdali sobie sprawę, że we wszechświecie musi istnieć znacznie więcej materii niż obserwujemy, do takich przełomowych wniosków dotarli właśnie studiując KRG. Ten esej wprowadza podstawowe zagadnienia, praktyczne i teoretyczne, związane z KRG. Licznych przykładów zastosowań narzędzi, opisanych w eseju można szukać wśród najnowszych artykułów w bazach takich jak ADS lub Arxiv.

Literatura

- [1] J. Binney and S. Tremaine. *Galactic dynamics*. Princeton Univ Pr, 1987.
- [2] KK Kwee, CA Muller, and G. Westerhout. The rotation of the inner parts of the Galactic system. *Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands*, 12:211–222, 1954.
- [3] D. Mihalas and J. Binney. *Galactic astronomy: Structure and kinematics*. 1981.
- [4] E. Noordermeer. The rotation curves of flattened Sersic bulges. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 385(3):1359–1364, 2008.
- [5] Y. Sofue, M. Honma, and T. Omodaka. Unified Rotation Curve of the Galaxy Decomposition into de Vaucouleurs Bulge, Disk, Dark Halo, and the 9-kpc Rotation Dip. *Publications of the Astronomical Society of Japan*, 61:227, 2009.