

Równanie Jeansa i gromady galaktyk

Katarzyna Wojtaczka*

05 stycznia 2010

Streszczenie

Praca ta zawiera analizę informacji jakie można uzyskać dzięki promieniowaniu X badanych gromadach galaktyk. Na początku opisano dlaczego grupy a w szczególności gromady galaktyk są obiektami bardzo dobrymi do poszukiwań ciemnej materii we Wszechświecie. W kolejnych krokach pokazano jak z danych zebranych w promieniowaniu X uzyskać potrzebne informacje do wyznaczenia wielkości charakteryzujących ciemną materię. Następnie posługując się równaniem Jeansa, czyli pierwszym momentem równania Boltzmanna, wyznaczono profil gęstości i dyspersję prędkości dla gromad. Na koniec przeanalizowano także temperaturę plazmy oraz zależność pomiędzy dyspersją prędkości i temperaturą.

*E-mail: krew@o2.pl

Spis treści

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Wstęp | 3 |
| 2 | Grupy galaktyk | 4 |
| 3 | Gromady galaktyk | 4 |
| 3.1 | Ciemna materia w gromadach galaktyk | 5 |
| 3.2 | Jasność powierzchniowa w promieniowaniu X | 5 |
| 3.3 | Równanie Jeansa | 7 |
| 4 | Temperatura plazmy | 9 |
| 5 | Wyznaczanie gęstości materii w gromadach galaktyk | 13 |
| 6 | Podsumowanie | 17 |

1 Wstęp

Tylko około jedna dziesiąta barionowego wszechświata znajduje się w gwiazdach galaktyk, podczas gdy zdecydowana większość dryfuje w przestrzeni międzygalaktycznej. Gromady galaktyk są największymi obiektami które mają wystarczająco dużo czasu na zapadnięcie się pod wpływem własnej grawitacji. Galaktyki skoncentrowane w gromadach galaktyk stanowią źródło sporego potencjału grawitacyjnego. Choć siły przyciągania działają na wszystkie galaktyki należące do gromady i skierowane są ku jej centrum, to gromady są jednak tworami trwałymi, w których nie dochodzi do kolapsu grawitacyjnego. Dwie cechy gromad galaktyk czynią je aż tak interesującymi obiektami. Po pierwsze są one największymi obiektami których masy można dość dokładnie wyznaczyć i dzięki temu możliwe stało się dokonanie porównania dzisiejszego rozkładu masy z rozkładem masy we wcześniejszych etapach ich ewolucji. A po drugie, gromady galaktyk są swego rodzaju zamkniętymi obszarami, które zachowują całą swoją masę pomimo ogromnej energii związanej z wybuchami supernowych czy też aktywnymi jądrami galaktyk. Większość barionów jest niezwykle trudna do obserwacji, jednak głębokie studnie potencjału gromad galaktyk kompresują barionowy gaz i ogrzewają go do temperatury emisji promieniowania X. Gromady galaktyk są zatem źródłami tego promieniowania. Temperatura gazu wywnioskowana z widma promieniowania X dla gromady wskazuje dość dobrze na głęboką studnię potencjału. Mocne linie emisyjne w widmie z kolei oznaczają obfitość elementów takich jak żelazo, tlen i krzem w ośrodku międzygromadowym (z ang. ICM - intracluster medium - gazie znajdującym się pomiędzy gromadami galaktyk). Jeśli znamy już zarys podstawowych cech emisji promieniowania X możemy zająć się informacją jaka płynie z obserwacji gromad galaktyk. Wraz ze znacznym rozwojem technik obserwacyjnych możliwe stało się badanie niewidocznych wcześniej form materii. Satelitarne obserwacje rentgenowskie ujawniły pokaźne zasoby gorącego gazu w gromadach galaktyk. Ponadto obserwacje w podczerwieni i zakresie radiowym wykazały też obecność chłodniejszego gazu znajdującego się wewnątrz samych galaktyk.

2 Grupy galaktyk

Zacznijmy może od wtrącenia paru słów o mniejszych tworach jakimi są grupy galaktyk złożone z trzech lub większej ilości tego typu obiektów, ponieważ już dla nich można badać z powodzeniem rozkład ciemnej materii. Dla grup galaktyk rozkład masy jest znacznie mniejszy niż dla typowego przypadku rozkładu masy między galaktykami. Wysokie zagęszczenie galaktyk w grupach sugeruje, że są one zależne grawitacyjnie, aby więc przeprowadzić analizę pozycji i prędkości grupy należy oszacować masę i stosunek masy do jasności dla grupy. Musimy jednak pamiętać, że szacunki te dla grupy galaktyk mogą być wypaczone przez procedury selekcji. Jeśli mimo wszystko jest oczywiste że, stosunki masy do jasności w grupach są dużo większe niż wartości otrzymane w części widzialnej galaktyk oznacza to, że jesteśmy zmuszeni odwołać się do obecności dużej ilości ciemnej materii, w celu wyjaśnienia obserwacji.

3 Gromady galaktyk

Sporą ilość ciemnej materii znaleziono po raz pierwszy w Gromadzie galaktyk w Warkoczu Bereniki, Comie - jednej z najgęstszych gromad galaktyk. Jest to gromada bardzo rozległa ze średnicą ok. 10 mln lat świetlnych i zawiera ponad 1000 galaktyk (gł. eliptycznych i soczewkowatych). Bogactwo pyłu w galaktykach tej gromady jest wciąż najlepszym pod względem dostępności miejscami do badania natury i rozkładu ciemnej materii. Gromady mają mimo wszystko tę przewagę nad typowymi grupami, że zawierają o wiele więcej galaktyk.

Aby praktycznie wyeliminować błędy statystyczne podczas poszukiwania ciemnej materii, zmierzono prędkości kilkuset galaktyk w niektórych pobliskich gromadach. Ponieważ liczba galaktyk jest tak duża, ze statystycznego punktu widzenia mamy bardzo dobrą próbkę danych. Ponadto zajmujemy się tu gazem bezkolizyjny czyli korzystamy z takiego rozwiązania równania Boltzmanna dla którego obszar interakcji pomiędzy cząstkami jest tak słaby, że zderzenia między cząsteczkami nie mają istotnego wpływu na modelowania dla gromady. Musimy jednak pamiętać że negatywny wpływ na jakość danych powodowany przez odosobnione galaktyczne obiekty, wciąż pozostaje problemem, zwłaszcza w zewnętrznych częściach gromady, gdzie powierzchniowa gęstość galaktyk jest mała. Tak więc najbardziej wiarygodny stosunek masy do jasności mamy dla centralnych obszarów gromady i tym właśnie obszarem w dużej mierze będziemy się zajmować.

3.1 Ciemna materia w gromadach galaktyk

Na pytanie czym jest ciemna materia nie można jeszcze odpowiedzieć, ale na pytanie czy ciemna materia składa się ze zwyczajnych jąder i elektronów odpowiedź zdaje się być jednoznaczna - nie! Powód wydaje się być bardzo prosty otóż materii barionowej jest za mało, aby wyjaśnić fenomen ciemnej materii. Opierając się na symulacjach N-ciałowych na bazie teorii zimnej ciemnej materii stworzono tzw. hierarchiczny model ewolucji Wszechświata. W pierwszej kolejności powstawało małe halo ciemnej materii, które następnie z czasem łączyły się z innymi w większe. Oczywiście w stworzone przez nie studnie potencjału wpadał gaz, z którego formowały się gwiazdy. Tak powstały najpierw galaktyki karłowate, potem na skutek zderzeń coraz większe, które z czasem grupowały się, tworząc gromady i supergromady galaktyk.

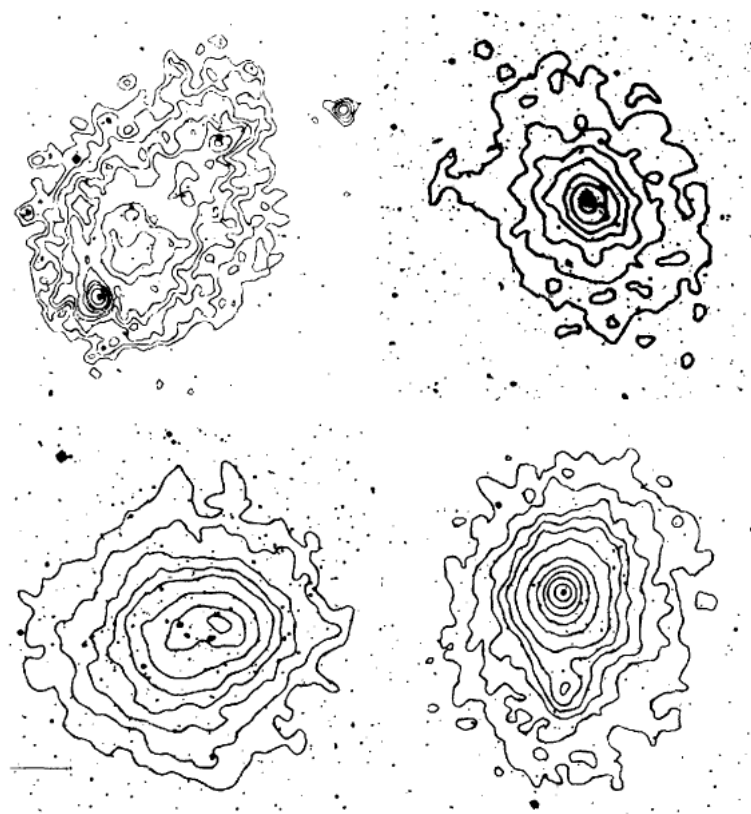
3.2 Jasność powierzchniowa w promieniowaniu X

Rozciąglą emisję promieniowania X z gromad po raz pierwszy zaobserwowano na początku lat siedemdziesiątych dwudziestego wieku. Wiele gromad galaktyk zawiera gorący gaz który emituje promieniowanie X, co można zobaczyć na rysunku 1.

Dla typowej temperatury gromady ($kT > 2$ keV) termiczny bremsstrahlung dominuje nad emisją liniową ale powyżej około 2 keV sytuacja odwraca się biorąc pod uwagę obfitość typowych ciężkich elementów względem wodoru, których jest około 0,3 tego co znajduje się w Słońcu. Tempo w jakim ośrodek między gromadami - ICM promieniuje energie może być wyrażone za pomocą tzw. funkcji chłodzenia $\Lambda_c(T)$. Obliczamy ją zakładając kolizyjną równowagę względem poszczególnych cząsteczek. Z powodu procesów chłodzenia obejmujących wszystkie elektrony zderzające się z jonami, jasność na jednostkę objętości jest definiowana jako: $n_e n_{jon} \Lambda_c(T)$. Dla typowej temperatury ICM-u $\Lambda_c(T)$ wynosi około $10^{-23} \text{ erg cm}^3 \text{ s}^{-1}$. Poprzez badanie promieniowania X z gromad galaktyk można wyznaczyć stosunek krytycznej gęstości dla materii barionowej (jądra i elektrony) Ω_B do krytycznej gęstości dla wszystkich form nierelatywistycznej materii Ω_M (kolizje zwyczajnych barionowych cząstek powodują promieniowanie X). Zatem jasność na jednostkę danej objętości możemy zapisać jako:

$$L_x = \Lambda(T_B) \rho_B^2 \quad (1)$$

gdzie ρ_B^2 i T_B to gęstość i temperatura materii barionowej.



Rysunek 1: Kontury jasności powierzchniowej w promieniowaniu X nałożone na zdjęcia optyczne kilku gromad galaktyk. Zaczynając od lewego górnego obrazka zgodnie z ruchem wskazówek zegara znajdują się gromady: A1367, A262, A85 i A2256 (S. Weinberg „Cosmology”)

3.3 Równanie Jeansa

Aby zrozumieć ideę wyznaczania rozkładu masy, a więc także ciemnej materii w galaktyce, trzeba zapoznać się z pojęciem funkcji rozkładu. Galaktyka w ogólności składa się z miliardów gwiazd. Nie sposób analitycznie badać grawitacyjnej ewolucji tak skomplikowanego obiektu, gdy teoria poddaje się już przy problemie trzech ciał. Jeśli w pełni znamy funkcję rozkładu w danej chwili oraz skorzystamy z prawa powszechnego ciężenia, to potrafimy przewidzieć jej ewolucję w czasie, rozwiązując równanie Boltzmanna. Tak więc, wyrażając funkcję rozkładu przy pomocy jej początkowych momentów, bezkolizyjne równanie Boltzmanna przechodzi w tzw. równanie Jeansa.

Posłużono się tu równaniem Jeansa we współrzędnych sferycznych. Równanie Boltzmanna we współrzędnych sferycznych ma postać:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \dot{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \dot{\theta} \frac{\partial f}{\partial \theta} + \dot{\phi} \frac{\partial f}{\partial \phi} + \dot{v}_r \frac{\partial f}{\partial v_r} + \dot{v}_\theta \frac{\partial f}{\partial v_\theta} + \dot{v}_\phi \frac{\partial f}{\partial v_\phi} = 0 \quad (2)$$

gdzie: $\dot{r} = v_r$, $\dot{\theta} = \frac{v_\theta}{r}$, $\dot{\phi} = \frac{v_\phi}{r \sin \theta}$, $\dot{v}_r = \frac{v_\theta^2 + v_\phi^2}{r} - \frac{\partial \Phi}{\partial r}$, $\dot{v}_\theta = \frac{v_\phi^2 \cot \theta + v_r v_\theta}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}$,
 $\dot{v}_\phi = \frac{-v_\phi v_r - v_\phi v_\theta \cot \theta}{r} - \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi}$.

Skąd otrzymujemy na podstawie równania Boltzmanna radialne równanie Jeansa we współrzędnych sferycznych:

$$\nu \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial t} + \nu \left(\frac{\partial \bar{v}_r}{\partial r} + \frac{\bar{v}_\theta}{r} \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial \theta} + \frac{\bar{v}_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial r} (\nu \sigma_{rr}^2) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\nu \sigma_{r\theta}^2) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} (\nu \sigma_{r\phi}^2) + \frac{\nu}{r} [2\sigma_{rr}^2 - (\sigma_{\theta\theta}^2 + \sigma_{\phi\phi}^2 + \bar{v}_\theta^2 + \bar{v}_\phi^2) + \sigma_{r\theta}^2 \cot \theta] = -\nu \frac{\partial \Phi}{\partial r}$$

Sferą izotermiczną możemy opisywać rozkład materii w galaktyce lub gromadzie galaktyk. Tu dokładnie zastosujemy model sfery izotermicznej do opisu galaktycznego halo ciemnej materii. Rozważamy sferycznie symetryczny stacjonarny rozkład cząstek. Dla takiego układu mamy $\sigma_{r\theta}^2 = \sigma_{r\phi}^2 = \sigma_{\theta\phi}^2 = 0$, ponadto $\sigma_{\theta\theta}^2 = \sigma_{\phi\phi}^2 \equiv \sigma_t^2$, a dzięki temu radialne równanie Jeansa można zapisać:

$$\frac{1}{\nu} \frac{d}{dr} (\nu \sigma_{rr}^2) + 2 \frac{(\sigma_{rr}^2 - \sigma_t^2)}{r} = -\frac{d\Phi}{dr} \quad (3)$$

W przypadku symetrii sferycznej, potencjał grawitacyjny jest funkcją tylko promienia. Zatem na podstawie sferycznego równania Poissona mamy:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d}{dr} \Phi(r) \right) = 4\pi G \rho r^2 \quad (4)$$

po wykonaniu całkowania dostajemy:

$$r^2 \frac{d}{dr} \Phi(r) = 4\pi G \rho \int_0^r r'^2 \rho(r) dr' \quad (5)$$

a ponieważ: $4\pi \rho \int_0^r r'^2 \rho(r) dr' = M$, to możemy zapisać, że:

$$r^2 \frac{d}{dr} \Phi(r) = GM \quad (6)$$

zatem:

$$\frac{d}{dr} \Phi(r) = \frac{GM}{r^2} \quad (7)$$

W przypadku sferycznej równowagi hydrostatycznej mamy $\sigma_{rr}^2 = \sigma_t^2 \equiv \sigma^2$, zaś odstępstwo od tego stanu mierzy współczynnik anizotropii:

$$\beta \equiv 1 - \frac{\sigma_t^2}{\sigma_{rr}^2} \quad (8)$$

Przy pomocy równań (3) i (5) można wyznaczyć $M(r)$:

$$\frac{1}{\nu} \frac{d}{dr} (\nu \sigma_{rr}^2) + 2 \frac{(\sigma_{rr}^2 - \sigma_t^2)}{r} = -\frac{GM(r)}{r^2} \quad (9)$$

korzystając z sferycznej równowagi hydrostatycznej dostajemy:

$$\frac{1}{\nu} \frac{d}{dr} (\nu \sigma_{rr}^2) = -\frac{GM(r)}{r^2} \quad (10)$$

zatem:

$$M(r) = -\frac{r \sigma_{rr}^2}{G} \left[\frac{r}{\nu \sigma_{rr}^2} \frac{d(r \sigma_{rr}^2)}{dr} + 2 \left(1 - \frac{\sigma_t^2}{\sigma_{rr}^2} \right) \right] \quad (11)$$

a ponieważ:

$$\frac{r}{\nu \sigma_{rr}^2} \frac{d}{dr} (\nu \sigma_{rr}^2) = \frac{r}{\sigma_{rr}} \frac{d}{dr} (\sigma_{rr}^2) + \frac{r}{\nu} \frac{d}{dr} (\nu) = \frac{d \ln \sigma_{rr}^2}{d \ln r} + \frac{d \ln \nu}{d \ln r} \quad (12)$$

to otrzymujemy:

$$M(r) = -\frac{r \sigma_{rr}^2}{G} \left[\frac{d \ln \nu}{d \ln r} + \frac{d \ln \sigma_{rr}^2}{d \ln r} + 2\beta(r) \right] \quad (13)$$

Następnie zastanówmy się: równowaga hydrostatyczna zakłada, że $\beta = 0$ zaś $\sigma_{rr}^2 = \sigma_t^2 = \sigma^2$. Ponadto $3 \frac{m \sigma^2}{2} = 3 \frac{kT}{2}$, $\sigma^2 = \frac{kT}{m}$, gdzie T to temperatura

będąca funkcją promienia a $m = \mu m_p$, gdzie m_p to masa protonu. Możemy zapisać, że $\sigma^2 = \frac{kT(r)}{\mu m_p}$. Skoro gęstość gazu $\rho = \rho_g = m\nu$, $\frac{d\nu}{d\ln r} = \frac{d\ln\rho_g}{d\ln r}$ dostaliśmy $d\ln\sigma^2 = d\ln T$

Możemy zapisać:

$$M(r) = -\frac{kT(r)r}{G\mu m_p} \left[\frac{d\ln\rho_g}{d\ln r} + \frac{d\ln T(r)}{d\ln r} \right] \quad (14)$$

Definiujemy charakterystyczną temperaturę sfery izotermicznej: $T_\phi(r) = \frac{GM(r)\mu m_p}{2r}$, przy czym: $\frac{M(r)}{r} = \frac{2\sigma^2}{G}$ dla sfery izotermicznej.

Stąd otrzymujemy:

$$-2\frac{T_\phi(r)}{T(r)} = \frac{d\ln\rho_g}{d\ln r} + \frac{d\ln T(r)}{d\ln r} \quad (15)$$

$$\frac{1}{\nu} \frac{d}{dr} (\nu\sigma^2) = -\frac{d\Phi}{dr} \quad (16)$$

Zatem dostajemy dla sfery izotermicznej:

$$\frac{d\ln\rho}{dr} = -\frac{1}{\sigma^2} \frac{d\Phi}{dr} \quad (17)$$

4 Temperatura plazmy

Gromady w równowadze hydrostatycznej mają temperaturę plazmy związaną ściśle z ogólną masą. Mierzenie temperatury wymaga większej jakości danych niż prosty pomiar jasności. Pamiętajmy, że zakładając symetrię sferyczną równanie równowagi hydrostatycznej może również zostać zapisane w postaci:

$$\frac{d\ln\rho_g}{d\ln r} + \frac{d\ln T}{d\ln r} = -2\frac{T(r)}{T} \quad (18)$$

gdzie ρ_g jest gęstością gazu. Idealnie było by mieć tyle danych, żeby zmierzyć zarówno $T(r)$ jak i profil gęstości gazu: $\rho_g(r)$ w których przypadku równanie równowagi hydrostatycznej może być rozwiązane bezpośrednio dla masy $M(r)$. W praktyce jakość pomiaru masy zależy od całkowitej liczby obserwowanych fotonów w promieniowaniu X.

Z informacji o gradiencie temperatury można dopasować: $T \propto \rho_g^{\gamma_{eff}-1}$ dające radialną zależność od temperatury w zakresie indeksu γ_{eff} . Jednak dane na temat odległych gromad często są nie wystarczające do zmierzenia gradientu

temperatury a czasem są nawet niewystarczające do podania dokładnej temperatury w ogóle. W takich przypadkach należy oprzeć się na prawach, które łączą jasność promieniowania X z temperaturą a temperaturę z masą, skalibrowane albo z wysokiej jakości obserwacji albo numerycznych symulacji dotyczących tworzenia się gromad, tak że zawierają wszystkie istotne cechy fizyczne.

Ograniczenia w pomiarach temperatury gromad systematycznie wpływają na masę przewidywaną dla gromady. Jeśli tylko pojedyncza temperatura może być mierzona, wtedy możemy zastosować model, w którym izotermiczny beta model implikuje nam wzór:

$$\frac{M(r)}{r} = \frac{3\beta k_B T}{G\mu m} \frac{(r/r_0)^2}{1 + (r/r_0)^2} \quad (19)$$

gdzie $\beta \equiv \mu m \sigma^2 / kT$, m jest masą protonów, T jest temperaturą gazu a μ jest masą cząsteczkową. Należy pamiętać, że duże promienie w powyższej relacji zbliżają się dla izotermicznego gazu w pojedynczym izotermicznym potencjale, $M(r)/r = 2k_B T / G\mu m$ tak długo jak $\beta = 2/3$. Jednakże, pojedyncze temperatury zbierane z ogólnego widma dla gromad muszą być traktowane z ostrożnością. Ogólnie temperatury gromad cytowane w literaturze są przeważnie temperaturami dopasowanymi spektralne (T_{sp}) uzyskanymi przez dopasowanie modelu pojedynczej temperatury emisji do ogólnego widma gromady składającego się z wielu składowych temperatur. Takie spektralne dopasowanie temperatury jest również podobne, ale nie idealnie takie samo! Temperatura jasnościowa-ważona dla gromady T_{lum} jest temperaturą w której każda składowa temperatura jest z wagą ρ_G^2 . Symulacje numeryczne wskazują że obydwie T_{sp} i T_{lum} mogą różnić się od temperatury masowej-ważonej dla gazu o około 10 – 20%. Skromne ilości informacji o przestrzennym rozkładzie temperatury poprawia pomiar masy. Zezwalając na gradient temperatury odpowiadający $T \propto \rho_g^{\gamma_{eff}-1}$ zmieniamy oszacowania masy do postaci:

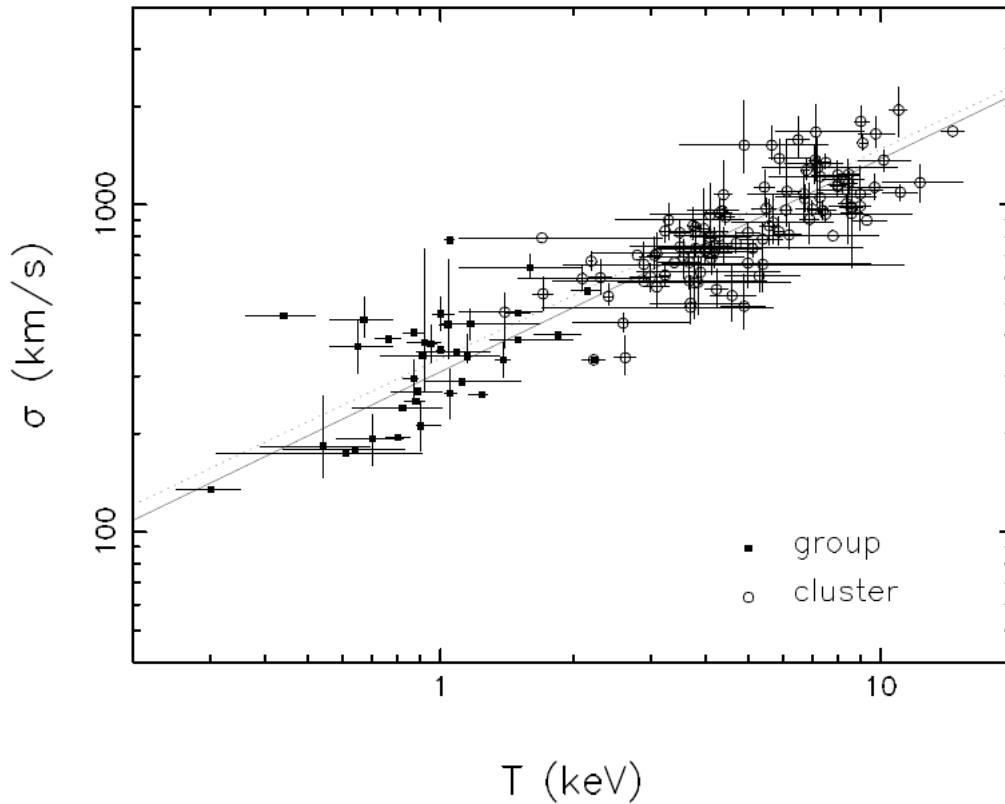
$$\frac{M(r)}{r} = \frac{3\beta \gamma_{eff} k_B T(r)}{G\mu m} \frac{(r/r_0)^2}{1 + (r/r_0)^2} \quad (20)$$

Stale pracuje się nad zgodnością gradientu temperatury dla gromad ale zmierzone wartości γ_{eff} są często wysokie, około: 1,2.

Temperatury gromady są trudne do obserwacji, ale ekstrapolacja $\gamma_{eff} = 1,2$ gradientu do $10r_0$ prowadzi do temperatury gazu mniejszej niż połowa temperatury jądra. Włączając informację o gradiencie temperatury można

zatem obniżyć oszacowanie masy dla gromady o temperaturze T_{lum} do $\sim 50\%$.

Pomimo systematycznej niepewności temperatury jasnościowe-ważone dla gromad korelują dobrze z ich rozkładem prędkości. Większość ostatnich porównań dla niewielkiego przesunięcia ku czerwieni gromad, stwierdzały, że $\sigma \propto T_{sp}^{\sim 0,6}$, jest nieco bardziej stroma niż oczekiwano. Te same porównania znajdowano normalizując ową relację dla bogatych gromad w zakresie $\beta_{sm} = \mu m \sigma^2 / k T_{sp} = 0,9 - 1,0$, co widać na obrazku 2. gdzie przedstawiona jest zależność temperatury od dyspersji prędkości. Rozbieżności pomiędzy β_{sp} i β_{dop} nie dają powodu do obaw. Pojawiają się ponieważ prawdziwy profil masy nie jest taki jak zakładany w modelu oraz dlatego że gromady nie są w idealnej równowadze hydrostatycznej. Bardziej niepokojące są ostatnie obserwacje sugerujące, że temperatury promieniowania X, dla optycznie wyselekcjonowanej odległości do gromady z zazwyczaj małą jasnością promieniowania X, są także znacznie chłodniejsze niż wskazywałby ich rozkład prędkości. Jednak pomiary szerszego zakresu przesunięć ku czerwieni pokazują że co najmniej jeden z systemów składa się z kilku mniejszych podsystemów, tak że nie są one połączone jeszcze w jedną dużą gromadę.



Rysunek 2: Zależność pomiędzy dyspersją prędkości i temperaturą dla heterogenicznej próbki pochodzącej z literatury. Wypełnione kwadraty ilustrują dane o ciemnej materii dotyczące grupy galaktyk, otwarte kółka pokazują dane dotyczące gromady. Kropkowana i ciągła linia pokazują najlepsze dopasowania dla grup i gromad odpowiednio. Najlepsze dopasowanie relacji do połączonej próbki to $\sigma = 10^{2,51 \pm 0,01} km s^{-1} (T/1keV)^{0,61 \pm 0,01}$, odpowiednio do $\beta_{sp} = 0,97$ na keV. (G. Mark Voit „Tracing cosmic evolution with clusters of galaxies”).

5 Wyznaczanie gęstości materii w gromadach galaktyk

Gęstość barionów spełnia równanie równowagi hydrostatycznej, co (zakładając symetrię sferyczną) wynika z bilansu ciśnienia i sił grawitacyjnych działających na bariony w małym obszarze A pomiędzy promieniami r i δr :

$$A(p_B(r + \delta r) - p_B(r)) = -\frac{A\delta r p_B(r) G}{r^2} \int_0^r 4\pi r^2 \rho_M(r) dr \quad (21)$$

lub usuwając współczynniki A i δr przy użyciu gazu doskonałego: $p_B = k_B \frac{T_B \rho_B}{m_B}$ dostajemy:

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{k_B T_B(r) \rho_B(r)}{m_B} \right) = -\frac{p_B(r) G}{r^2} \int 4\pi r^2 \rho_M(r) dr \quad (22)$$

gdzie $\rho_M(r)$ jest całkowitą gęstością gazu, k_B jest stałą Boltzmana, m_B jest typową masą barionowego gazu i r to tutaj odpowiednia odległość do centrum gromady. Mnożąc przez $\frac{r^2}{\rho_B(r)}$ i różniczkując po r otrzymujemy:

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{r^2}{\rho_B(r)} \frac{d}{dr} \left(\frac{k_B T_B(r) \rho_B(r)}{m_B} \right) \right] = -4\pi G r^2 \rho_M(r) \quad (23)$$

Jeśli zrobimy założenie, że cząstki zimnej ciemnej materii (lub jakiejkolwiek cząstki) dominują, to ciemna międzygalaktyczna materia ma jakiś izotropowy rozkład prędkości; to samo dotyczy tych cząstek, a ich gęstości wynosi: $\rho_D = \rho_M - \rho_B$ spełniając nieliniowe różniczkowe równanie:

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{r^2}{\rho_D(r)} \frac{d}{dr} \left(\frac{k_B T_D(r) \rho_D(r)}{m_D} \right) \right] = -4\pi G r^2 \rho_M(r) \quad (24)$$

gdzie T_D i m_D są temperaturą i masą cząstek ciemnej materii.

Z obserwacji dobrej jakości w promieniach X i wiedzy o odległości do źródła można mierzyć jasność promieniowania X: $L_x(r)$ i (używając widma promieniowania X) temperaturę barionów $T_B(r)$ w każdym punkcie w gromadzie. Należy użyć równania (1) do znalezienia gęstości barionów $\rho_B(r)$ w każdym punkcie, a następnie skorzystać z równania (24) do znalezienia

całkowitej gęstości masy na każdy punkt. Wtedy możemy wyliczyć stosunek gęstości $\frac{\rho_B}{\rho_M}$ i jeśli będziemy zainteresowani możemy także użyć równania (25) do znalezienia dyspersji prędkości: $\sigma^2 = \frac{k_B T_D(r)}{m_D}$ dla ciemnej materii.

W praktyce zazwyczaj konieczne jest użycie jakiegoś modelu gromady. W najprostszym przypadku zakłada się izotermiczną sferę: temperatury T_B i T_D są brane jako niezależne od pozycji, przynajmniej w centrum gromady, skąd pochodzi większość promieniowania X. Ponadto, często zakłada się, że podobne efekty grawitacyjne - powodujące koncentracje gorącego międzygalaktycznego gazu w gromadzie galaktyk są także odpowiedzialne za zagęszczenie ciemnej materii. Zatem gęstości $\rho_B(r)$ i $\rho_M(r)$ są podobne z dokładnością do stałego czynnika, który reprezentuje stosunek: Ω_B/Ω_M barionów do całej nierelatywistycznej materii. Te efekty grawitacyjne są uważane za tak zwane potężne relaksacje, czyli gwałtowne zwalnianie powodowane przez bliskie spotkania skupisk materii, których grawitacyjne przyciąganie nie może obrazować interakcji ze średnim wygładzonym polem grawitacyjnym. Zagęszczenia galaktyk wymagają całkiem innego procesu chłodzenia. Może na nie wpływać tylko gaz barionowy, dlatego galaktyki posiadają niższe proporcje ciemnej materii i niższe współczynniki masy do światłości. Równania (24) i (25) pokazują że gęstości: $\rho_B(r)$ i $\rho_D(r)$ będą proporcjonalne również do $\rho_M(r)$ jeśli dyspersja prędkości ciemnej materii i gorący gaz barionów są podobne:

$$\frac{k_B T_M}{m_M} = \frac{k_B T_D}{m_D} \equiv \sigma^2 \quad (25)$$

Równania (24) i (25) mówią że:

$$\rho_M(r) = \rho_M(0) F(r/r_0) \quad (26)$$

gdzie $F(0) \equiv 1$; r_0 jest promieniem jądra określonym umownie jako:

$$r_0 = \sqrt{\frac{9\sigma^2}{4\pi G\rho_M(r)}} \quad (27)$$

oraz $F(u)$ jest funkcją spełniającą równanie różniczkowe:

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{u^2}{F(u)} \frac{dF(r)}{du} \right) = -9u^2 F(u) \quad (28)$$

Musimy także ustalić granice dla warunku że ρ_M jest analityczne dla $X = 0$. Mamy dane r przez szereg potęgowy w r^2 , dlatego $F(u)$ jest dane jako $u = 0$ przez szereg potęgowy w u^2 , $F(u) = 1 + O(u^2)$. Razem z tymi granicami dla warunków, równanie (29) definiuje unikalną funkcję, tak że dla małych u możemy użyć przybliżenia:

$$F(u) \simeq (1 + u^2)^{-3/2} \quad (29)$$

Dla dużych u założenie o stałej wartości σ^2 przestaje być już prawdziwe dla jakiegoś odpowiednio dużego r . Często funkcja $F(u)$ jest brana w prostszej postaci: $F(u) = (1 + u^2)^{-3\beta/2}$, gdzie β jest wykładnikiem.

Także równanie (23) ma rozwiązanie postaci:

$$\rho_B(r) = \rho_B(0) F(r/r_0) \quad (30)$$

Z podobną funkcją $F(u)$ i tym samym promieniem r_0 .

Możemy mierzyć promień jądra ze zdjęć wykonanych w promieniowaniu X dla gromady, oraz mierzyć σ^2 z widma promieniowania X, więc równanie (28) może zostać użyte do znalezienia gęstości całej nierelatywistycznej materii dla obszaru centralnego $\rho_M(r)$. Natomiast gęstość barionowej materii dla tego obszaru może zostać wyznaczona z całkowitej jasności promieniowania X, które z wcześniejszymi przybliżeniami i używając równania (1) wynosi:

$$\mathbf{L}_x \equiv \int d^3x L_x \quad (31)$$

gdzie:

$$I \equiv \int_0^\infty u^2 F^2(u) du \quad (32)$$

Chociaż rozwiązanie równania(29) daje nieskończoną masę, to otrzymujemy skończoną całkowitą jasność promieniowania X.

Dla gromad posiadających przesunięcie ku czerwieni, promień obszaru centralnego r_0 wywnioskowany z rozmiaru kąтового gromady będzie proporcjonalny do średniej odległości kątowej, podczas gdy temperatura i dyspersja

prędkości wyznaczone z widma promieniowania X nie będą zależały od zakładanej odległości. Zatem wartość całkowitej gęstości materii w centrum $\rho_M(0)$ dana przez równanie (28) będzie proporcjonalna do $1/d_A^2(z)$. Z drugiej strony całkowita jasność w promieniowaniu X: L_x wywnioskowana z widomej jasności w promieniowaniu X będzie (jak całkowita jasność) proporcjonalna do rozmiaru zakładanego dla $d_L^2(z)$, więc z $r_0 \propto d_A$, gęstość barionowa centrum $\rho_B(0)$ dana przez równanie (32) będzie proporcjonalna do $\left[d_L^2(z)/d_A^{3/2}(z) \right]$. Rozmiar współczynnika gęstości centrum wywnioskowany z obserwacji dla danej gromady z przesunięciem ku czerwieni z , będzie zatem wykazywał zależność od zakładanej odległości do gromady przez relację:

$$\frac{\rho_B(0)}{\rho_M(0)} \propto d_L(z) d_A^{1/2}(z) = (1+z)^2 d_A^{3/2}(z) \quad (33)$$

w której został użyty współczynnik z relacji (25) między jasnością i odległością kątową.

Dla $z \ll 1$, mamy $d_A(z) \simeq d_L(z) \simeq z/H_0$, a więc stosownie do równania (19) rozmiar $\rho_B(0)/\rho_M(0)$ uzyskany z obserwacji gromady o małym przesunięciu ku czerwieni będzie proporcjonalny do zakładanego rozmiaru dla $H_0^{-3/2}$. Wobec tego, ponieważ uważa się że większość masy barionowej w gromadach galaktyk jest w gorącym gazie na zewnątrz galaktyk, powinniśmy wziąć ten sam rozmiar dla $\rho_B(0)/\rho_M(0)$ równy do Ω_B/Ω_M dla całej gromady, gdziekolwiek zakładamy rozmiar dla H_0 , i ten rozmiar Ω_B/Ω_M będzie proporcjonalny do zakładanego rozmiaru $H_0^{-3/2}$. Można stwierdzić że tylko mała część masy w gromadach jest w formie barionów, mogąc emitować promieniowanie X. Z drugiej strony, z badań dla gromad które mają duże przesunięcia ku czerwieni nie otrzymujemy jednolitej wartości $\rho_B(0)/\rho_M(0)$, o ile użyjemy rozmiaru dla $d_A(z)$ z poprawną zależnością od z .

6 Podsumowanie

Wraz z rozwojem technik obserwacyjnych możliwe stało się badanie obiektów w zakresie promieniowania X, które to z kolei stworzyło możliwości do próby badań nieznanymi formami materii, jaką jest właśnie ciemna materia. Z badań przeprowadzonych dla gromad galaktyk uzyskano dyspersję prędkości i temperaturę oraz profil gęstości powierzchniowej, zakładając że gęstość masy jest proporcjonalna do koncentracji galaktyk. Profile te mogą być dopasowane do licznych modeli (np. Michie models z pracy J. Binney S. Tremaine „Galactic Dynamics”) w celu oszacowania stosunku masy do jasności dla gromad w bardzo podobny sposób jak przy pomiarze dyspersji prędkości czy profilu jasności powierzchniowej dla jąder galaktyk eliptycznych. W przypadku omówionych tu rozważań, gaz jest w równowadze hydrostatycznej, może więc zostać użyty do odtworzenia potencjału grawitacyjnego i rozkładu masy w gromadzie. Główną przeszkodą w stosowaniu tej metody jest brak przestrzennie rozmieszczonych danych spektralnych, dlatego gradient temperatury: $\frac{d \ln T}{d \ln r}$ we wzorze (19) musi być oszacowany innymi pośrednimi metodami. Wniosując: prawdopodobnie skład ciemnej materii w grupach i gromadach jest taki sam jak materii w ciemnych halo w poszczególnych galaktykach. Jeśli nie udowodnimy, że jest inaczej to należy założyć, że jest rzeczą naturalną iż ciemna materia która formuje halo galaktyczne, została obnażona przez pływowe interakcje z innymi galaktykami w gromadzie i obecnie formuje dyfuzyjne tło, które to zawiera zdecydowaną większość masy gromady.

Literatura

- [1] J. Binney S. Tremaine 'Galactic Dynamics', chapter 10, Princeton University Press (1994)
- [2] S. Weinberg 'Cosmology', chapter 1.9, Oxford University Press (2008)
- [3] G. Voit. 'Tracing cosmic evolution with clusters of galaxies'(September 10, 2004) Astrophys [arXiv:0410173 [astro-ph]].
- [4] <http://www.wiw.pl/astronomia/1016-galaktyki.asp>
- [5] http://urania.pta.edu.pl/upa3_2008a.html
- [6] <http://encyklopedia.pwn.pl/haslo.php?id=3908026>