

Struktura Spiralna Galaktyki

Małgorzata Litwin*

4 stycznia 2010

Streszczenie

Struktura spiralna galaktyk jest ciekawym zagadnieniem, złożonym pod względem ilości pomysłów tłumaczących taką budowę, i co najważniejsze nie do końca wyjaśnionym. Ta praca rozpatruje możliwość powstawania ramion spiralnych jako dwóch różnych obiektów: materii oraz fal. Na początku opisany jest tzw. problem nawijania, do którego zaproponowanych zostało kilka wytłumaczeń. W dalszych krokach opisana jest możliwość powstawania struktury spiralnej na skutek zaburzeń epicyklicznych, co prowadzi do konstrukcji kinematycznych fal gęstości i wyróżnieniu rezonansów Lindblada. Pod koniec wyjaśniono także możliwość powstawania pływów spiralnych i wzmocnienia wahadłowego. Wszystkie kolejne problemy są na bieżąco porównywane z problemem nawijania, co pozwala stwierdzić, czy któraś z przedstawionych hipotez może faktycznie być prawdziwa.

*E-mail: gosiek@byk.aa.uj.edu.pl

Spis treści

1	Wstęp	3
2	Problem nawijania	4
3	Epicykle	6
4	Kinematyczne fale gęstości	10
5	Rezonanse Lindblada	14
6	Spirale pływowe	15
6.1	Dysk gazowy	16
6.2	Dysk gwiazdowy	17
6.3	Wartości parametrów Q w prawdziwych galaktykach	18
7	Wzmocnienie wahadłowe	19
8	Podsumowanie	22

1 Wstęp

Budowa spiralna jest jednym z najbardziej uporczywych problemów astrofizyki. Odgrywa ważną rolę w badaniu takich właściwości galaktyk jak: skład chemiczny, gęstość, czy równowaga termiczna gazu międzygwiazdowego, ponieważ ramiona są głównym miejscem formowania gwiazd. Ich siła i kształt dostarczają ważnych wskazówek dotyczących dynamiki gazu i gwiazd w dysku galaktycznym. Ponadto ramiona spiralne mogą być najważniejszą siłą, która powoduje ewolucję dysku galaktycznego, przez takie procesy jak grawitacyjne rozpraszanie gwiazd z ramion, oraz transport momentu pędu przez spiralne pole grawitacyjne. Istnieje dokładna relacja między budową spiralną i innymi wielkoskalowymi własnościami galaktyki. Pokazuje to klasyfikacja Hubble'a. Jednym z głównych celów teorii spiralnej budowy, jest wyjaśnienie pochodzenia tych korelacji. Ramiona spiralne wyglądają różnie na różnych długościach fal. Optycznie wzór spiralny tworzą jasne gwiazdy klasy O i B. W dziedzinie radiowej widać silne grzbiety emisji radiowej, które także układają się w spiralę, tyle że leżącą na wewnętrznych brzegach optycznych ramion spiralnych. Stąd można wnioskować, że odpowiedzialny jest za nie zupełnie oddzielny mechanizm. Układ taki jest powszechny w wielu galaktykach. Poza tym nie jest znany przykład galaktyki bez wolnego gazu międzygwiazdowego, która miałaby ramiona spiralne. Stąd też wniosek, że gaz międzygwiazdowy jest istotnym składnikiem struktury spiralnej. Ramiona spiralne mogą zostać sklasyfikowane przez ich orientację względem kierunku rotacji galaktyki. Ramiona ciągnięte to takie, które wskazują kierunek przeciwny do kierunku rotacji dysku galaktyki, zaś prowadzące ramiona - wskazują kierunek rotacji. W większości przypadków ramiona spiralne są ciągnięte.

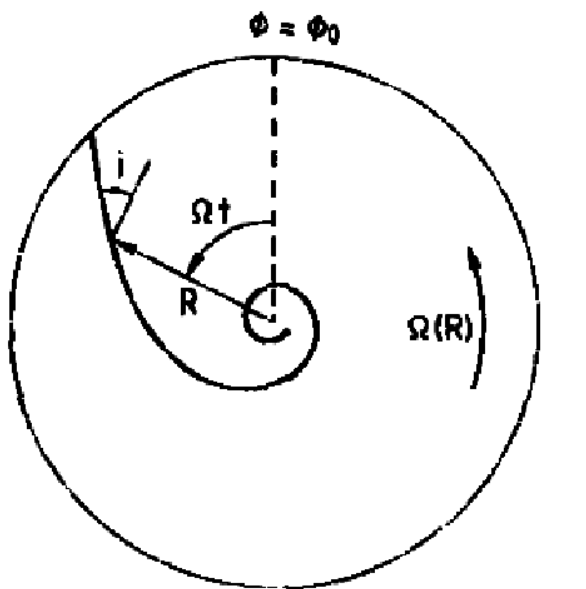
2 Problem nawijania

W latach 60tych okazało się, że większość galaktyk stanowią galaktyki spiralne, z płaskim, rotującym dyskiem. Nasuwało się pytanie: skąd taka struktura? Pierwszy pomysł jaki został przedstawiony, polegał na tym, że to na skutek rotacji różnicowej. Załóżmy, że położymy pasek wzdłuż promienia dysku galaktyki w chwili $t = 0$. Początkowy kąt azymutalny tego paska to $\phi = \phi_0$, a prędkość rotacji dysku to $\Omega(R)$, gdzie R jest odległością od środka dysku. Widać stąd, że dysk rotuje różnicowo, ponieważ prędkość rotacji zależy od odległości od centrum. W takiej sytuacji pasek nie pozostanie w początkowym położeniu, ponieważ jego różne części będą się poruszały z różnymi prędkościami zależnymi od R i t :

$$\phi(R, t) = \phi_0 + \Omega(R)t. \quad (1)$$

Moment pędu jest zachowany, więc części leżące bliżej centrum będą się poruszały wolniej niż te leżące dalej. Stąd wniosek, że materia tworząca ramiona spiralne przez rotację różnicową jest nawijana. Powoduje to powstanie struktury spiralnej.

Definiujemy kąt natarcia i jako kąt zawarty między styczną do ramienia a okręgiem na $r = \text{const.}$, co przedstawia rysunek (1). Wówczas $0 < i < 90^\circ$,



Rysunek 1: kąt natarcia i (Binney J. Tremaine S. 'Galactic Dynamics')

oraz

$$\text{ctg}(i) = \left| R \frac{\partial \phi}{\partial R} \right|, \quad (2)$$

co dla równania (1) daje

$$\text{ctg}(i) = Rt \left| \frac{d\Omega}{dR} \right|. \quad (3)$$

Dla małych kątów można zapisać

$$\text{ctg}(i) = Rt \left| \frac{\Delta\Omega}{\Delta R} \right|. \quad (4)$$

Jeśli teraz przyjmiemy, że położenia sąsiednich ramion na azymucie ϕ wynoszą R i $R + \Delta R$, to mamy

$$2\pi = |\Omega(R + \Delta R) - \Omega(R)|t, \quad (5)$$

więc dla małej odległości między ramionami: $\Delta R \ll R$ dostaniemy

$$2\pi = \Delta\Omega t. \quad (6)$$

Po podstawieniu $\Delta\Omega$ do (4) otrzymujemy:

$$\Delta R = \frac{2\pi R}{\text{ctg}(i)}. \quad (7)$$

Sprawdźmy co to oznacza. Weźmy typową prędkość rotacji $\Omega R = v_c = 220 \frac{km}{s}$, promień $R = 10kpc$ oraz czas życia galaktyki $t = 10^{10}lat$. Z równania (3) wstawiając

$$\Omega = \frac{v_c}{R},$$

wyliczmy kąt natarcia:

$$\text{ctg}(i) = \left| Rt \frac{d\left(\frac{v_c}{R}\right)}{dR} \right| = t\Omega \quad (8)$$

$$\text{ctg}(i) = 225.17$$

$$i = 0.0044rad = 0.254^\circ.$$

Teraz można wyliczyć separację ramion:

$$\Delta R = 279.04pc = 0.28kpc. \quad (9)$$

W związku z tym według powyższych rozważań ramiona typowej galaktyki powinny być tak ściśnięte, że nie dałoby się ich rozróżnić, czyli galaktyki

rotują na tyle szybko, iż cała materia powinna nawinąć się na centrum w krótszym czasie niż wynosi czas życia galaktyki. Jednak ramiona te są widoczne, w związku z czym nie rozwiązuje to problemu powstawania struktury spiralnej.

Zostało zaproponowanych parę rozwiązań tego problemu:

1. Wzory spiralne są statystycznie stabilne. Jeśli kłępiasta materia jest ciągle produkowana w dysku, to będzie się z niego wydostawać tworząc właśnie spiralną strukturę, świecąca tak długo dopóki nie powymierają wszystkie jasne, młode gwiazdy. W niektórych galaktykach struktura spiralna może być złożona z tych lokalnych kępów, np. w NGC 2841, która ma dużo krótkich ramion, ale żadnego globalnego wzoru.
2. Wzory spiralne mogą być tymczasową pozostałością po ostatnim gwałtownym zaburzeniu, takim jak zderzenie z inną galaktyką. Wszystkie spiralne galaktyki nie mogą być tak utworzone ponieważ zjawiska te są dość rzadkie, ale wystarczająco częste, aby odpowiadać za te największe, najbardziej globalne struktury spiralne, jak M51.
3. Ramiona spiralne to pewien rodzaj fali rotującej w dysku. Jest to możliwe, że ramię jest falą wybuchową formowania gwiazd. Nowe gwiazdy wybuchają jako supernowe, co powoduje kolejne formowanie gwiazd w sąsiednich obszarach.
4. Teoria oparta na hipotezie Lin-Shu: Gaz międzygwiazdowy przemieszcza się w gęstym, grawitacyjnym potencjale dysku, gdzie jest okresowo kompresowany. Powoduje to nagłe tworzenie się gwiazd w tych zapadniętych obszarach. Są to młode, jasne gwiazdy, które zaznaczają ramiona spiralne. Wzór nie zmienia się przez wiele obrotów galaktyki, bo fale gęstości są stabilne.

3 Epicykle

Gwiazdy nie muszą się bardzo oddalać od ich niezaburzonej orbity aby stworzyć spiralną falę gęstości. By opisać ruchy lokalne gwiazd w dysku, rozważymy równania ruchu dla małych zaburzeń od orbit kołowych. W tym celu będziemy opisywać ruch gwiazd w potencjale osiowosymetrycznym o symetrii $z \rightarrow -z$

Znając postać lagranżjanu:

$$L = \frac{1}{2}(\dot{R}^2 + R^2\dot{\phi}^2 + \dot{z}^2) - \Phi(r, z) \quad (10)$$

możemy wyznaczyć równania ruchu dla R :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{R}} \right) = \frac{\partial L}{\partial R}, \quad (11)$$

$$\frac{d}{dt} \dot{R} = R\dot{\phi}^2 - \frac{\partial \Phi}{\partial R}.$$

Stąd

$$\ddot{R} = R\dot{\phi}^2 - \frac{\partial \Phi}{\partial R}. \quad (12)$$

Dla ϕ :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) = \frac{\partial L}{\partial \phi}, \quad (13)$$

$$\frac{d}{dt} (R^2 \dot{\phi}) = 0.$$

Stąd wynika, że

$$R^2 \dot{\phi} = R^2 \Omega(R) = \text{const.} = L_z. \quad (14)$$

Wstawiając ten wynik do równania (12), dostajemy:

$$\ddot{R} = \frac{L_z^2}{R^3} - \frac{\partial \Phi}{\partial R}. \quad (15)$$

Pozostało jeszcze wyznaczenie równań ruchu dla składowej z

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{z}} \right) = \frac{\partial L}{\partial z}, \quad (16)$$

skąd od razu otrzymujemy

$$\ddot{z} = -\frac{\partial \Phi}{\partial z}. \quad (17)$$

Następnie potencjał efektywny możemy zapisać jako:

$$\Phi_{eff} = \Phi + \frac{L_z^2}{2R^2}, \quad (18)$$

$$\ddot{R} = \frac{\partial}{\partial R} \left(-\frac{L_z^2}{2R^2} \right) - \frac{\partial \Phi}{\partial R}.$$

Wtedy równania ruchu upraszczają się do:

$$\ddot{R} = -\frac{\partial \Phi_{eff}}{\partial R}, \quad (19)$$

$$\ddot{z} = -\frac{\partial\Phi_{eff}}{\partial z}. \quad (20)$$

Teraz możemy wprowadzić małe zaburzenie orbity kołowej w postaci $R = R_g + x$, gdzie x jest małym zaburzeniem w kierunku radialnym, a R_g to promień orbity kołowej, niezaburzonej.

Rozwijamy Φ_{eff} w szereg Taylora względem zaburzenia w minimum potencjału ($R = R_g, z = 0$)

$$\begin{aligned} \Phi_{eff} = & \Phi(R, 0) + \frac{\partial\Phi_{eff}}{\partial R}\Big|_{(R_g, 0)} x + \frac{\partial\Phi_{eff}}{\partial z}\Big|_{(R_g, 0)} z + \\ & + \frac{1}{2} \frac{\partial^2\Phi_{eff}}{\partial R^2}\Big|_{(R_g, 0)} x^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2\Phi_{eff}}{\partial z^2}\Big|_{(R_g, 0)} z^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2\Phi_{eff}}{\partial R\partial z}\Big|_{(R_g, 0)} xz. \end{aligned} \quad (21)$$

Pochodne pierwszego rzędu i różniczka mieszana znikają, zostaje:

$$\Phi_{eff} = \Phi(R, 0) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2\Phi_{eff}}{\partial R^2}\Big|_{(R_g, 0)} x^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2\Phi_{eff}}{\partial z^2}\Big|_{(R_g, 0)} z^2. \quad (22)$$

Jest to prawdziwe tylko dla małych zaburzeń.

Definiujemy częstości oscylacji epicyklicznych:

$$\kappa^2 = \frac{\partial^2\Phi_{eff}}{\partial R^2}\Big|_{(R_g, 0)} \quad (23)$$

jest to częstość z jaką oscyluje gwiazda we współrzędnej R czyli jej odległość radialna. Natomiast

$$\nu^2 = \frac{\partial^2\Phi_{eff}}{\partial z^2}\Big|_{(R_g, 0)} \quad (24)$$

jest to częstość z jaką oscyluje gwiazda wzdłuż współrzędnej z .

Możemy więc wzór na potencjał efektywny zapisać jako:

$$\Phi_{eff} = const. + \frac{1}{2}\kappa^2 x^2 + \frac{1}{2}\nu^2 z^2. \quad (25)$$

Tę postać potencjału wstawiamy do równań ruchu i dostajemy

$$\ddot{x} = -\kappa^2 x, \quad (26)$$

$$\ddot{z} = -\nu^2 z. \quad (27)$$

Równania te opisują ruch oscylatorów harmoniczych w kierunkach odpowiednio R i z, stąd widać, że gwiazdy tak właśnie oscylują. Rozwiązania tych równań dane są przez:

$$x(t) = X \cos(\kappa t + \psi), \quad (28)$$

$$z(t) = Z \cos(\nu t + \chi). \quad (29)$$

Następnie rozpatrzmy zaburzenie w kierunku transwersalnym:

$$y = R_g(\phi - \phi_g), \quad (30)$$

gdzie ϕ_g opisuje orbitę niezaburzoną, zaś ϕ to orbita zaburzona. Aby dostać postać zależności $y(t)$ znajdziemy najpierw postać $\phi(t)$, korzystając z równania (14):

$$\frac{d\phi}{dt} = \Omega(R) = \frac{L_z}{R^2}.$$

Podstawiamy zaburzony promień:

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{L_z}{(R_g + x)^2},$$

a następnie rozwijamy w szereg Taylora wokół $\frac{x}{R_g} \ll 1$:

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{L_z}{R_g^2(1 + \frac{x}{R_g})^2} = \frac{L_z}{R_g^2} \left(1 - 2\frac{x}{R_g}\right).$$

Wprowadzimy nową zmienną:

$$\Omega_g = \frac{L_z}{R_g^2}, \quad (31)$$

dzięki której możemy zapisać

$$\frac{d\phi}{dt} = \Omega_g \left(1 - 2\frac{x}{R_g}\right). \quad (32)$$

Po podstawieniu postaci x z równania (28) i scałkowaniu tego równania otrzymujemy:

$$\phi(t) = \phi_0 + \Omega_g t - \frac{2\Omega}{\kappa R_g} X \sin(\kappa t + \psi). \quad (33)$$

Wstawiając to równanie do zaburzenia w kierunku tangencjalnym (30), dostajemy:

$$y = -\frac{2\Omega}{\kappa} X \sin(\kappa t + \psi), \quad (34)$$

gdzie wstawiliśmy $\phi_g = \phi_0 + \Omega_g t$.

Amplituda jest stała i możemy ją zapisać jako:

$$Y = -2 \frac{\Omega_g}{\kappa} X.$$

Wtedy dostaniemy ostateczną postać:

$$y = Y \sin(\kappa t + \psi). \quad (35)$$

Biorąc pod uwagę rozwiązania w obu zaburzonych kierunkach (28), (35), możemy sprawdzić jaki tor opisuje to zaburzenie:

$$\frac{y(t)}{Y} = \sin(\kappa t + \psi),$$

$$\frac{x(t)}{X} = \cos(\kappa t + \psi).$$

Widać więc, że torem lokalnego ruchu gwiazdy w minimum potencjału jest elipsa:

$$\left(\frac{x(t)}{X}\right)^2 + \left(\frac{y(t)}{Y}\right)^2 = 1. \quad (36)$$

Czyli poza tym że gwiazdy krążą po okręgach wokół środka galaktyki, to krążą także po epicyklach, czyli małych, lokalnych elipsach wynikających z zaburzeń ruchu, co widać na rysunku (2).

Jeśli założymy, że w chwili $t = 0$ cząstki tworzą kształt owalny, to w chwili późniejszej, poza tym że epicykle poruszają się po wspólnym promieniu, cząstki te poruszają się po epicyklach. Tak więc gwiazdy z końca elipsy poruszają się wstecz w stosunku do centrów epicykli, skąd wniosek, że elipsa porusza się naprzód wolniej.

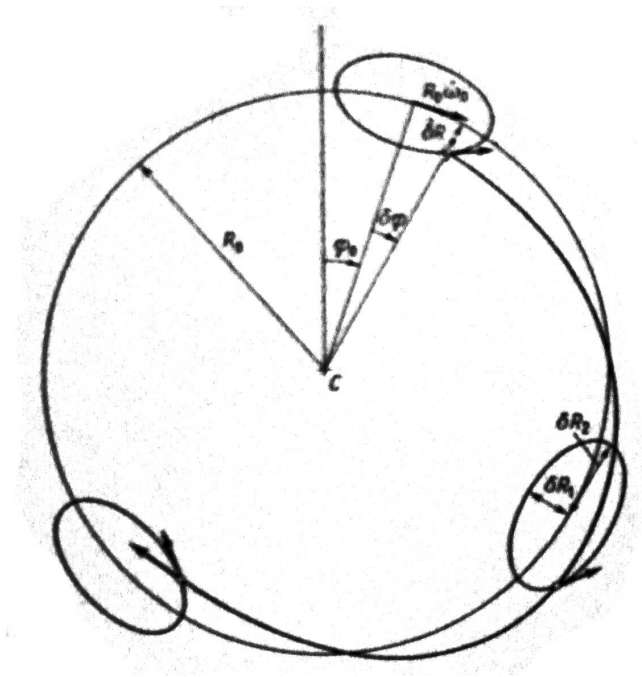
4 Kinematyczne fale gęstości

Do konstrukcji kinematycznych fal gęstość zastosujemy epicykle. Nazwa pochodzi stąd, że zawierają one tylko kinematykę orbit w potencjale centralnym. Częstość oscylacji w azymucie:

$$\omega_a = \frac{\Delta\phi}{T_r} \quad (37)$$

Częstość oscylacji wzdłuż promienia:

$$\kappa = \frac{2\pi}{T_r} \quad (38)$$



Rysunek 2: Kształt orbity epicyklicznej, której środek porusza się po kole o promieniu R_0 (Jerzy S. Stodółkiewicz 'Astrofizyka ogólna z elementami geofizyki').

czyli T_r to okres przypadający na jedną oscylację epicykliczną.

Rozważając zaburzone orbity, nie wiemy czy będą one zamknięte. Chcemy znaleźć taki układ, żeby były zamknięte. Jeśli więc po pełnym okresie orbita nie zostanie zamknięta, należy znaleźć taki układ który się w czasie pełnego okresu obróci o kąt, który zamknie orbitę.

Kąt nadmiarowy lub niedomiarowy podczas jednej oscylacji to $\phi = \Omega T_r$. Po m oscylacjach zostanie więc zatoczony kąt mniejszy lub większy o

$$\Delta\phi = m\phi = 2\pi m \frac{\Omega}{\kappa} - 2\pi n. \quad (39)$$

Aby kąty zataczane były pełne, obserwator musi zatoczyć kąt

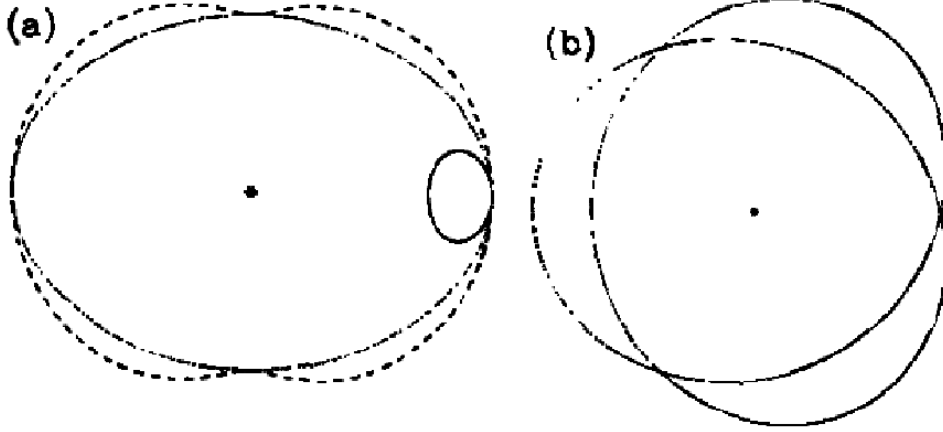
$$\Delta\phi = T_r m \Omega_p. \quad (40)$$

Znak zależy od tego czy obserwator będzie musiał poruszać się w tym samym kierunku co gwiazdy, czy w przeciwnym, jest zawarty w stałych. Przyrównując równania (39) i (40) dostajemy:

$$\Omega_p \frac{m}{\kappa} = \Omega \frac{m}{\kappa} - n,$$

$$\Omega_p = \Omega - \frac{\kappa n}{m}. \quad (41)$$

Jeśli więc rozważamy orbitę na zadanej odległości, to możemy dla niej zna-



Rysunek 3: Wygląd orbity eliptycznej, dla $\Omega_p = \Omega - \frac{n\kappa}{m}$, dla par (n, m) odpowiednio: a) linia ciągła: $(0, 1)$, linia kropkowana $(1, 2)$, linia kreskowana $(1, -2)$; b) dla $(2, 3)$. (Binney J. Tremaine S. 'Galactic Dynamics')

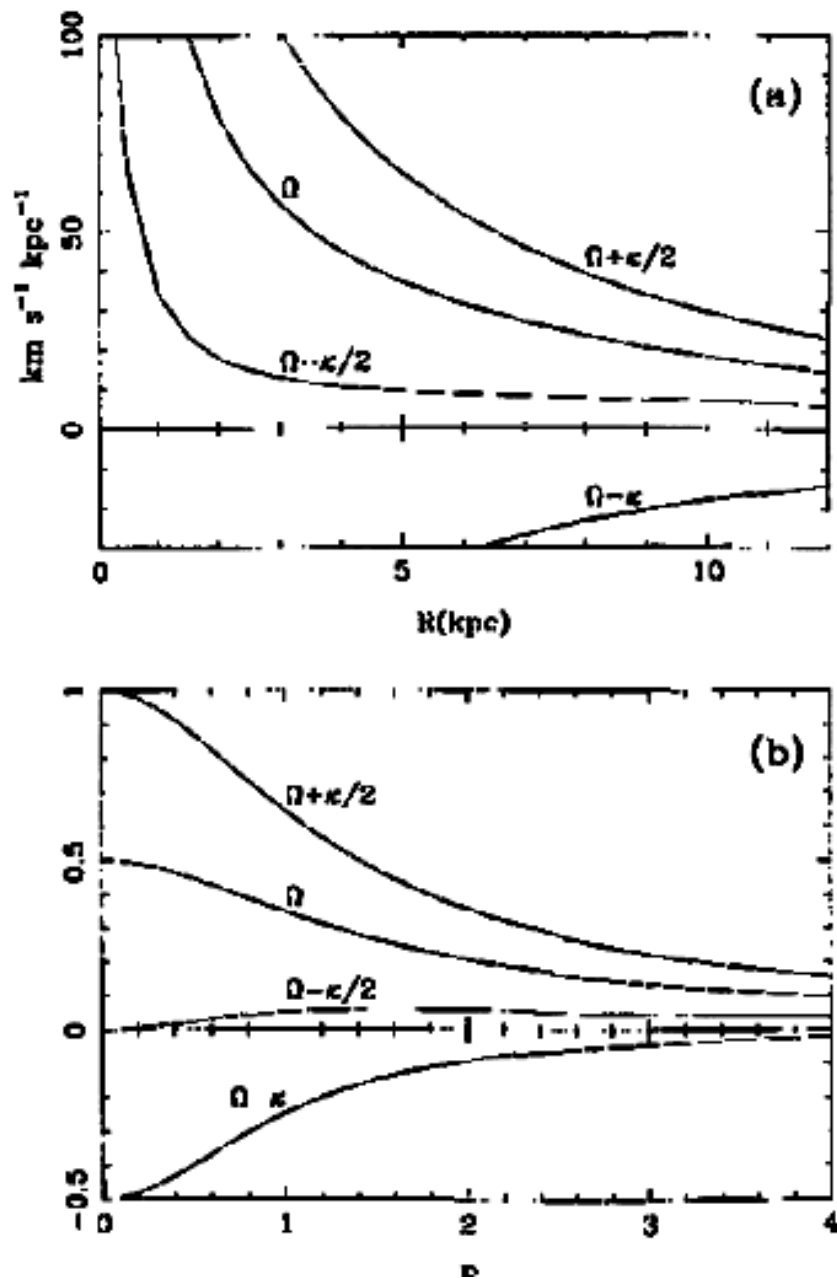
leżć taki układ, aby orbita ta była zamknięta. Wówczas orbita na innym R będzie otwarta, ponieważ zarówno częstość kołowa jak i częstość oscylacji epicyklicznych są funkcjami promienia. Orbity dla różnych wartości parametrów m i n przedstawiono na rysunku (3).

Rysunek (4) pokazuje zachowanie Ω_p dla przybliżenia epicyklicznego, dla różnych wartości n i m . Wykresy są dopasowanymi krzywymi rotacji galaktyk dla dwóch różnych modeli. Widać, że większość krzywych zmienia się gwałtownie z promieniem, podczas gdy krzywe dla $n = 1, m = 2$ oraz $n = 2, m = 4$, czyli dla $\frac{n}{m} = \frac{1}{2}$ są względnie stałe. Załóżmy więc, że

$$\Omega_p = \Omega - \frac{\kappa}{2}. \quad (42)$$

Wtedy orbity są dokładnie zamknięte. Jeśli wypełnimy je gwiazdami, stworzymy fałę gęstości. Obserwując to ze środka dysku, zobaczymy wzór spiralny rotujący z prędkością kątową Ω_p . Dlatego też nazywamy ją szybkością wzoru. W prawdziwej galaktyce $\Omega - \frac{1}{2}\kappa$ nie jest dokładnie stałe, więc nie zależnie od szybkości wzoru większość orbit nie jest dokładnie zamknięta. Można wyznaczyć analogicznie jak w rozdziale 2 częstość zwijania:

$$\text{ctg}(i) = Rt \left| \frac{d(\Omega - \frac{1}{2}\kappa)}{dR} \right|. \quad (43)$$



Rysunek 4: Zachowanie $\Omega - \frac{\kappa}{m}$ w funkcji promienia R , dla krzywych rotacji galaktyk stworzonych na podstawie dwóch modeli, odpowiednio: a) model naszej Galaktyki Bahcall- Sooinera, b) potencjał izochroniczny (Binney J. Tremaine S. 'Galactic Dynamics')

Ramiona jako fale powstające w sposób tu rozważany zwiwiają się 5 razy wolniej niż ramiona materialne, jednak wciąż czas nawinięcia jest krótszy niż wiek galaktyki. Jest to więc widoczne ulepszenie wcześniejszego poglądu, jednak problem nawijania nie jest ostatecznie wyjaśniony.

5 Rezonanse Lindblada

Orbita mają naturalne częstotliwości rezonansowe. Jeśli pole grawitacyjne wytworzone przez strukturę spiralną zaburza orbitę gwiazd w pobliżu jej częstotliwości rezonansowej, odpowiedź orbity będzie duża, nawet jeśli pole zaburzające jest słabe. Zastanówmy się nad efektem działania słabego potencjału na dysk składający się z gwiazd o orbitach w przybliżeniu kołowych. Potencjał jest okresowy, więc może zostać rozłożony na serię składników proporcjonalnych do $\cos[m(\phi - \Omega_p t) + \text{const.}]$

Badając orbitę w takim potencjale, dostaniemy, że rezonanse pojawiają się gdy Ω i κ spełniają

$$\Omega = \Omega_p$$

wtedy występuje tzw. rezonans korotacyjny, oraz

$$m(\Omega - \Omega_p) = \pm n\kappa \quad (44)$$

wówczas występują rezonanse Lindblada.

Widać, że rezonanse Lindblada mogą być maksymalnie dwa. Więc typowa galaktyka może mieć 0, 1 lub 2 rezonanse Lindblada. Położenie i istnienie tych rezonansów zależy od krzywej prędkości rotacji oraz od wartości szybkości wzoru. Wyznaczając Ω_p ze wzoru (44), dostajemy wynik taki sam jak dla kinematycznych fal gęstości:

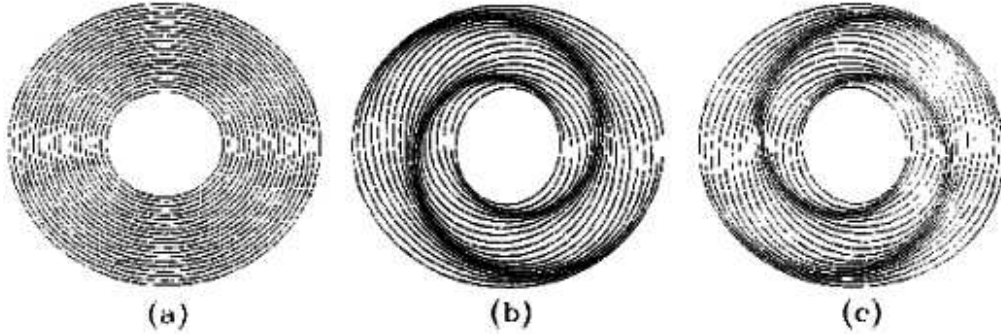
$$\Omega_p = \Omega \pm \frac{n\kappa}{m}. \quad (45)$$

W pobliżu rezonansu słabe zaburzenie może produkować silną odpowiedź o tej samej symetrii co to zaburzenie. Oczekujemy więc, że jeśli warunki na rezonans Lindblada są dokładnie spełnione, to stacjonarna kinematyczna fala gęstości może być obecna nawet pod nieobecność jakiegokolwiek siły zaburzającej.

Tak naprawdę rezonanse Lindblada występują tylko przy szczególnym wyborze:

$$\frac{n}{m} = \frac{1}{2}. \quad (46)$$

Przy czym rozróżniamy wewnętrzny rezonans Lindblada (47), i zewnętrzny



Rysunek 5: Orbita gwiazd w układzie rotującym z prędkością $\Omega_p = \Omega - \frac{\kappa}{2}$, widać, że wytworzyła się struktura spiralna (Binney J. Tremaine S. 'Galactic Dynamics').

rezonans Lindblada (48)

$$\Omega_p = \Omega - \frac{\kappa}{2}, \quad (47)$$

$$\Omega_p = \Omega + \frac{\kappa}{2}. \quad (48)$$

Wtedy częstotliwość rotacji galaktyki jest praktycznie niezależna od R :

$$\Omega_p = \text{const.}$$

W takim razie, jeśli rozważamy orbity epicykliczne i poruszają się one po niezaburzonym okręgu z prędkością Ω_p , to wszystkie orbity są zamknięte. Jeśli gwiazdy utworzą jakiś wzór, mogą się obracać całe ze stałą prędkością po zamkniętych orbitach. Jak ma się to do problemu nawijania? Jeśli prędkość rotacji jest stała, to struktura spiralna ma szansę przeżyć jako struktura dynamiczna (falowa). Wytworzenie takiej struktury przedstawia rysunek (5). Występowanie rezonansu tłumaczy fakt, że galaktyka przez kilka lub kilkanaście obrotów nie zdąży się nawinać. Oczywiście nawijać się będzie, ale wolniej.

6 Spirale pływowe

Pływy pomiędzy galaktykami powodują dwustronną odpowiedź. Jest to bardzo prawdopodobne, że galaktyki zawdzięczają swoje spiralne ramiona interakcjom pływowym. Możliwość taka jest zobrazowana na rysunku (6). Zaburzenia pływowe dysku rotującego różnicowo, mogą produkować uderzająco duże wzory spiralne. Aby sprawdzić czy dysk jest stabilny na zaburzenia

osiowosymetryczne, należy delikatnie go zaburzyć. Albo wróci do początkowej konfiguracji i będzie oscylować dookoła niej - będzie stabilny, albo będzie pogłębiał perturbację - stanie się niestabilny. W tym celu zastosujemy relację dyspersji dla dysku gazowego (49) a następnie dla dysku gwiazdowego (50), w obu przypadkach dla zaburzeń osiowosymetrycznych $m = 0$.

$$(m\Omega - \omega)^2 = \kappa^2 - 2\pi G\Sigma|k| + k^2 v_s^2, \quad (49)$$

$$(m\Omega - \omega)^2 = \kappa^2 - 2\pi G\Sigma|k|F\left(\frac{\omega - m\Omega}{\kappa}, \frac{k^2 \sigma_R^2}{\kappa^2}\right), \quad (50)$$

gdzie:

Σ to gęstość powierzchniowa

σ_R to dyspersja prędkości radialnej

F to funkcja redukcji (jej postać: równanie 6.45 w książce 'Galactic Dynamics' Binney J. Tremaine S.)

6.1 Dysk gazowy

W przypadku $m = 0$ dla dysku gazowego relacja dyspersji wygląda następująco:

$$\omega^2 = \kappa^2 - 2\pi G\Sigma|k| + k^2 v_s^2. \quad (51)$$

1. Jeśli $\omega^2 > 0$ to ω jest rzeczywista i dysk jest stabilny
2. Jeśli $\omega^2 < 0$ to ω jest urojona, dysk jest niestabilny - zaburzenie rośnie eksponencjalnie.

Granica między stabilnością a niestabilnością jest więc dla $\omega = 0$, rozpatrzmy ten przypadek, ponieważ dysk gazowy będzie stabilny na wszystkie zaburzenia osiowosymetryczne, jeśli równanie (52) nie będzie miało rozwiązania dla każdego $|k|$

$$\kappa^2 - 2\pi G\Sigma|k| + k^2 v_s^2 = 0. \quad (52)$$

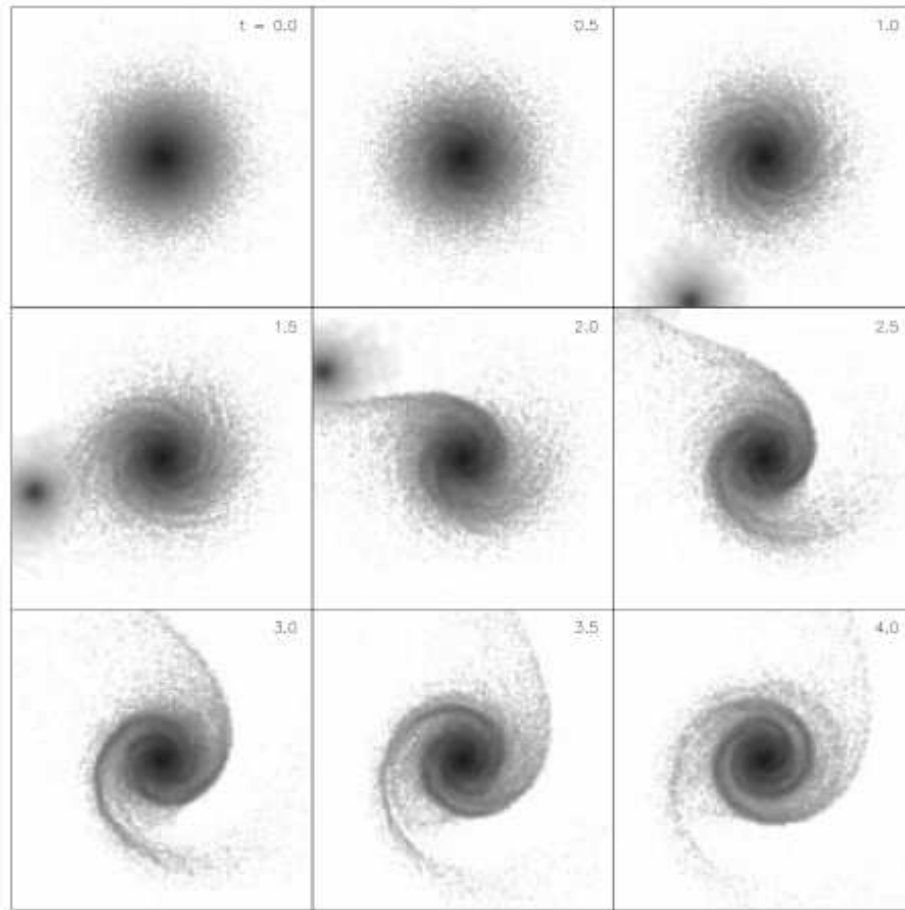
Jest to równanie kwadratowe zmiennej k , więc nie ma rozwiązania dla $\Delta < 0$, czyli

$$\Delta = (2\pi G\Sigma)^2 - 4\kappa^2 v_s^2 < 0, \\ \frac{\kappa v_s}{\pi G\Sigma} > 1.$$

Oznaczamy tę wielkość jako Q :

$$Q = \frac{\kappa v_s}{\pi G\Sigma}. \quad (53)$$

Parametr ten zależy od R przez zmienne v_s, κ, Σ . W pobliżu R , dla którego parametr $Q < 1$ występuje lokalna osiowosymetryczna niestabilność powodująca wzrost fali przechodzącej przez ten obszar.



Rysunek 6: Pływy między dyskiem galaktyki a towarzyszem, który zbliża się po parabolicznej orbicie (Joshua Barnes 'Astronomy 626: galaxies').

6.2 Dysk gwiazdowy

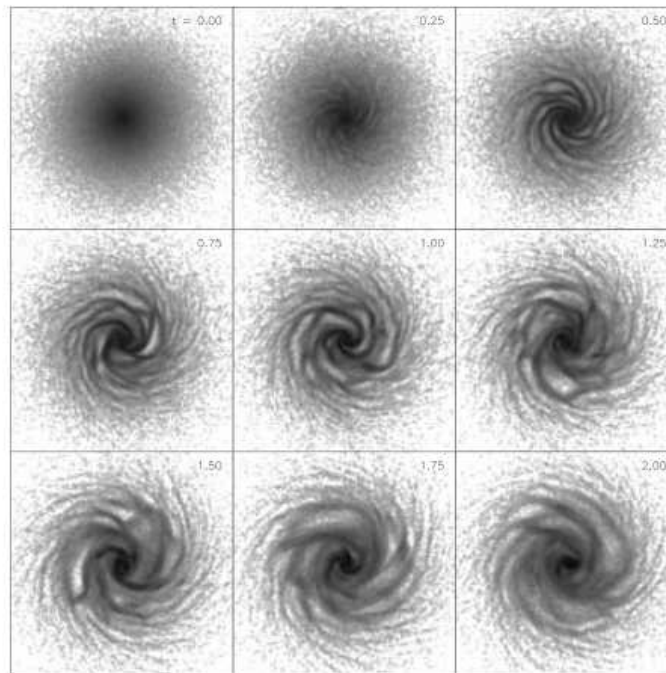
Dla dysku gwiazdowego podobnie jak dla gazowego oczekujemy wiązania między falami stabilnymi i niestabilnymi dla $\omega = 0$

$$\kappa^2 - 2\pi G\Sigma |k| F\left(0, \frac{k^2 \sigma_R^2}{\kappa^2}\right) = 0, \quad (54)$$

co nie ma rozwiązania dla

$$Q = \frac{\sigma_R \kappa}{3,36 G \Sigma} > 1. \quad (55)$$

Ten warunek został po raz pierwszy wyprowadzony przez Toomre'a, dlatego też nosi nazwę parametru Toomre'a, zaś kryterium to jest kryterium stabilności Toomre'a. Parametr ten odgrywa rolę termometru dysków galaktycznych. Kiedy dyski są gorące, to dyspersja prędkości jest duża i parametr Q jest wysoki. Dla chłodnych galaktyk dyspersja jest niska i Q niskie, natomiast dla zimnych - zerowe.

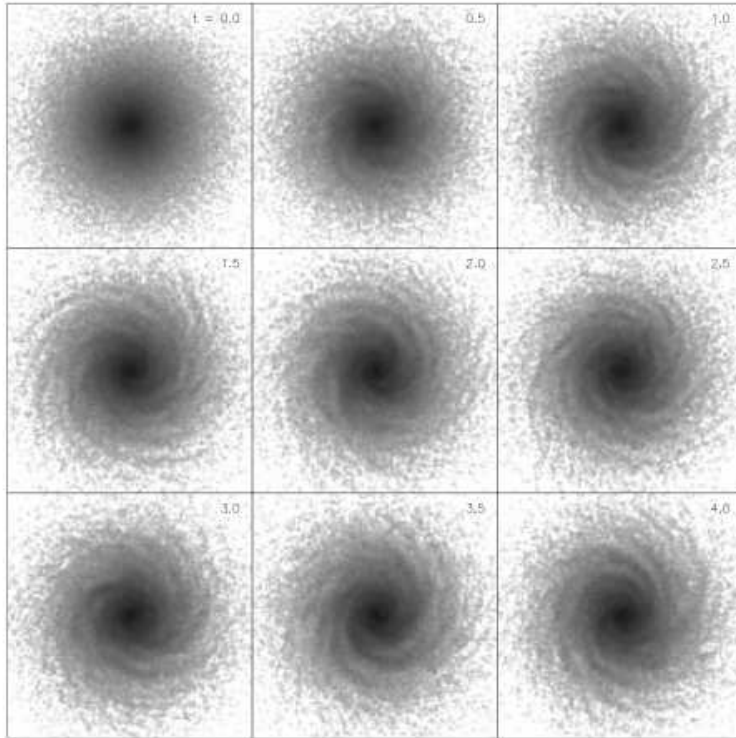


Rysunek 7: Symulacja niestabilności dysku, dla $Q = 0,63$ (Joshua Barnes 'Astronomy 626: galaxies').

6.3 Wartości parametrów Q w prawdziwych galaktykach

Szacując parametr Q dla obszarów położonych w pobliżu Słońca, otrzymano wynik $Q = 1,7$, z czego wynika, że Droga Mleczna jest lokalnie stabilna. Dla innych galaktyk otrzymano $Q = 1,5$ do $Q = 2,0$, co więcej okazało się, że wartość parametru Q jest w zasadzie niezależna od promienia R .

Jak to działa? Jeśli dysk galaktyczny byłby lokalnie niestabilny to zacząłby się zapadać, co spowodowałoby powstanie masywnych skupisk gwiazd. Następnie zaczęłyby się tworzyć i rozbiegać inne gwiazdy, co spowodowałoby



Rysunek 8: Symulacja stabilności dysku, dla $Q = 1,26$ (Joshua Barnes 'Astronomy 626: galaxies').

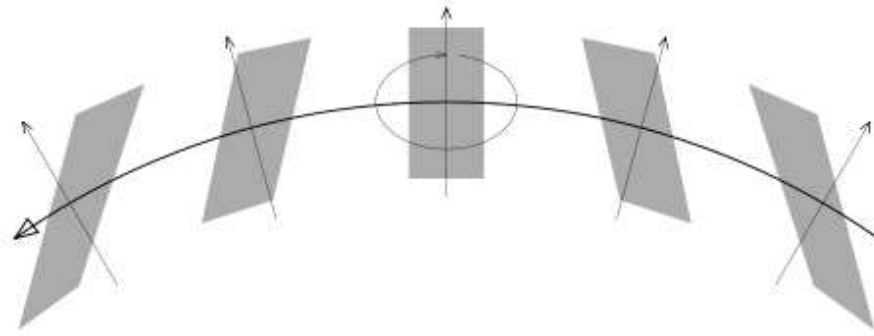
wzrost dyspersji aż parametr Q osiągnąłby wartość 1. Ale przyjęty mechanizm odpowiedzialny za losowość prędkości w dysku nie jest ostatecznie zrozumiany. Rozpraszanie przez ogromne obłoki molekularne może tłumaczyć tylko część wzrostu prędkości. Na rysunku (7) przedstawiona jest symulacja niestabilności dysku, a na rysunku (8), symulacja stabilności dysku.

7 Wzmocnienie wahadłowe

Dysk galaktyczny może być stabilizowany dwoma sposobami; ruchami przypadkowymi lokalnie, oraz rotacją globalnie. W pewnych okolicznościach efekt stabilizacji ruchami przypadkowymi może być tymczasowo tłumiony. Wówczas małe zaburzenie będzie wzmocniane wahadłowo.

Na rysunku (9) przedstawione są fale gęstości stworzone przez spójne wzbudzenie ruchów epicyklicznych w jednorodnym dysku.

Na początku fala ma kształt spirali prowadzących, ale jest ścinana, przez



Rysunek 9: Wzmocnienie wahadłowe (Joshua Barnes 'Astronomy 626: galaxies').

co rozwijana i zmienia się w spiralę ciągniętą, co jest spowodowane rotacją różnicową dysku galaktyki. W dysku stabilnym zazwyczaj ruchy przypadkowe zakłócają obszar który może się zapaść. W rozwanym przypadku, specyficzny kształt fali gęstości zapewnia pojedynczej gwiazdzie pozostanie w danym obszarze, podczas znacznej części okresu epicyklicznego κ . W rezultacie fala jest wzmacniana. W symulacjach komputerowych wzory spiralne po pewnym czasie zanikają, gdy zaburzenie zwiększa przypadkowe prędkości gwiazd. Kiedy dysk jest zbyt gorący, to te przypadkowe prędkości gwiazd redukują wzrost wzmacniania wahadłowego, przez co zapobiegają wzmocnieniu małych fluktuacji.

Rozważmy gwiazdny dysk Mastela ze stałym parametrem Q . Zakładamy, że $\frac{f}{1+f}$ część całkowitej siły promieniowania niezaburzonego dysku pochodzi z ustalonego, niezmiennego składnika halo. Gęstość powierzchniową dysku możemy zapisać jako

$$\Sigma(R) = \frac{\Sigma_0 R_0}{R}, \quad (56)$$

a jej związek z prędkością kołową:

$$\Omega^2 = \frac{2\pi G \Sigma(R)}{R} (1 + f). \quad (57)$$

Ramię materii opisane jest równaniem (1). Przeddefiniujemy kąt natarcia tak aby zawierał się w przedziale $(0; \frac{\pi}{2})$ dla ramion ciągniętych, oraz w przedziale $(\frac{\pi}{2}; \pi)$ dla ramion prowadzących. Biorąc pod uwagę tę nową definicję i równanie (3), możemy zapisać:

$$\text{ctg}(i) = -Rt \left(\frac{d\Omega}{dR} \right) = 2At, \quad (58)$$

gdzie A jest stałą Oorta:

$$A = -\frac{1}{2}R \frac{d\Omega}{dR}.$$

Stąd można wyznaczyć zmianę kąta natarcia w czasie:

$$\frac{di}{dt} = \frac{2A}{1 + 4A^2t^2}. \quad (59)$$

Gdy ramię jest ciasno nawinięte, to zmiana kąta natarcia jest niewielka, lecz gdy ulega zmianie z prowadzącego do ciągniętego, to osiąga maksimum częstotliwości rotacji dla $2A$. Jest to porównywalne do średniej prędkości kątowej gwiazd po epicyklach κ . Zarówno odwijanie ramion jak i rotacja po epicyklach mają tę samą orientację. Ma więc miejsce tymczasowe dopasowanie między ruchami epicyklicznymi i rotacją spirali. Wzmacnia to udział grawitacji gwiazd w zaburzeniu spiralnym, co może doprowadzić do gwałtownego wzrostu siły ramienia o $1rad$, gdy ramię jest najbardziej otwarte. Można więc powiedzieć, że ta niestabilność grawitacyjna w ramieniu jest spowodowana tymczasowym kasowaniem wpływu stabilizującej siły Coriolisa. Aby powstało silne wzmocnienie wahadłowe potrzebne jest nieduże Q , wtedy dysk będzie na pewno podatny na niestabilność grawitacyjną. Symulacje numeryczne pokazują, że czynnik wzmocnienia bardzo zależy od parametru Q dla $Q = 1$.

8 Podsumowanie

Problem struktury spiralnej galaktyk jest złożony. Galaktyki rotują różnicowo, co powoduje dodatkowe utrudnienie w wyjaśnieniu powstania i utrzymania struktury spiralnej przez galaktyki od ich powstania. Problem nawijania sprowadza się do tego, że struktura spiralna jak najbardziej mogła powstać przez samą rotację różnicową, natomiast powinna się już dawno nawinąć na galaktykę do takiego stopnia, że nie powinniśmy odróżniać jej ramion. Teoria epicykli, a co za tym idzie kinematyczne fale gęstości pokazują, że galaktyka miała szansę przetrwać ale jako struktura falowa. Następnie rezonanse Lindblada implikują możliwość mocnego wzmocnienia rotacji galaktyki. Poza tym możliwe jest poruszanie się galaktyki jako jednej całości, czyli ze stałą prędkością kątową, nie zależną od R , po zamkniętych orbitach. Widać więc, że cały wzór może rotować, nie zmieniając się. Ponadto rezonanse te umożliwiają kilka/kilkanaście obrotów galaktyki zanim ulegnie ona nawinięciu. Następna teoria zakładająca już ramiona materialne, polegająca na powstawaniu pływów spiralnych pokazuje, kiedy orbita jest stabilna, czyli lekko zaburzona zacznie oscylować wokół położenia początkowego. Razem z ostatnim rozważanym podejściem - wzmocnieniem huśtawkowym, polegającym na wzmocnieniu ramion podczas zmiany ich kierunku, nie wyjaśniają widoczności ramion spiralnych. Wśród rozważanych przypadków nie ma żadnego pewnego rozwiązania problemu nawijania, każdy mógłby trochę wydłużyć czas nawijania się ramion, ale żaden na tyle, ile wynosi czas życia typowej galaktyki.

Literatura

- [1] Binney J. Tremaine S. 'Galactic Dynamics', chapter 6, Princeton University Press (1994)
- [2] Jerzy S. Stodółkiewicz 'Astrofizyka ogólna z elementami geofizyki'. PWN, Warszawa (1982)
- [3] Joshua Barnes 'Astronomy 626: galaxies' chapters: 1, 14, 15
http://www.ifa.hawaii.edu/~barnes/ast626_05/ast626.html
- [4] C. C. Lin, F. H. Shu, ApJ, 140, 646 (1964)
- [5] C. C. Lin, F. H. Shu, Proc. Natl. Acad. Sci., 55, 229 (1966)
- [6] C. C. Lin, C. Yuan, F. H. Shu, ApJ, 155, 721 (1969)
- [7] Toomre A., ApJ, 139, 1217 (1964)
- [8] Toomre A., Toomre J., ApJ, 178, 623 (1972)